

Guía de estudio para el examen de selección

División de Ciencias Básicas e Ingeniería

uam

Colección Guías de Estudio

Guía de estudio para el examen de selección

División de Ciencias Básicas e Ingeniería



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

2016



Casa abierta al tiempo

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

© Universidad Autónoma Metropolitana

Prol. Canal de Miramontes 3855
Col. Ex-Hacienda San Juan de Dios
Del. Tlalpan, C.P. 1438, México D.F.

En la revisión y actualización de la guía y especialmente en el desarrollo de la autoevaluación, participaron los siguientes profesores de la Universidad Autónoma Metropolitana:

M. en C. Ernesto Javier Espinosa Herrera (coordinador)
Dra. María Margarita Alegría de la Colina
Dra. María Teresa Castañeda Briones
Mtra. Gloria María Cervantes y Sánchez
Dra. Luz María García Cruz
Mtra. Teresa Merchand Hernández
Dr. Rafael Pérez Flores
M. en C. José Ángel Rocha Martínez
Dr. Carlos Antonio Ulín Jiménez

Cuidado editorial: Mtra. en Ed. Concepción Asuar

ISBN de la colección 978-607-477-402-3
ISBN de volumen 978-607-477-498-6

Primera edición 2011
Octava reimpresión 2017

Impreso en México. *Printed in Mexico*

Índice

Prólogo	IX
1. El examen de selección de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)	1
1.1 El examen de selección	1
¿Por qué se selecciona a los aspirantes que desean ingresar a la UAM?	1
¿Qué es el examen de selección?	1
¿Cuántas preguntas tiene?	1
¿De cuánto tiempo dispones para resolverlo?	1
¿En dónde se realiza?	1
¿Quién lo aplica?	1
¿Cuál es la función del asistente examinador (AE)?	2
1.2 Cómo prepararte para sustentar el examen de selección	2
¿Qué te recomendamos para prepararte?	2
1.3 Resolución del examen de selección	3
¿Qué tipo de preguntas contiene?	3
¿Qué te recomendamos para contestarlo?	3
¿Cómo es la hoja de respuestas?	3
¿Cómo debes llenar la hoja de respuestas?	3
¿Con qué material debes presentarte?	4
1.4 Estructura del examen de selección	4
1.5 Prueba de razonamiento verbal	4
¿Por qué se incluye la prueba de razonamiento verbal?	4
¿Cuáles son las secciones que contiene la prueba de razonamiento verbal?	4
¿Cuáles son las instrucciones que se te dan en el examen para resolver cada una de las secciones de la prueba de razonamiento verbal?	6
1.6 Prueba de razonamiento matemático	9
¿Por qué se incluye la prueba de razonamiento matemático?	9
¿Cuáles son las secciones que contiene la prueba de razonamiento matemático?	10
¿Cuáles son las instrucciones generales que se te dan en el examen para resolver la prueba de razonamiento matemático?	10
1.7 Prueba de conocimientos específicos	12
¿En qué consiste la prueba de conocimientos específicos?	12
¿Por qué se incluye la prueba de conocimientos específicos?	12
¿Qué temas y subtemas específicos cubre el examen de selección para Ciencias Básicas e Ingeniería (CBI)?	12
1.7.1 Matemática	12
1.7.2 Física	14
1.7.3 Química	14
Presentación de la autoevaluación	17

2. Autoevaluación	19
3. Soluciones	51
4. Desarrollos	53
Bibliografía	113

Prólogo

Esta guía se ha elaborado con dos objetivos principales: primero, que el aspirante a ingresar a la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) conozca el proceso general del examen de selección, y segundo, que el estudiante pueda revisar su conocimiento y prepararse para presentar el examen con mayor posibilidad de éxito.

Para ingresar a una licenciatura en la UAM, es necesario presentar el examen de selección conforme al procedimiento e indicaciones que se establecen en la convocatoria correspondiente. Por esta razón, en la primera parte de esta guía, se proporciona información general relacionada con el examen: por qué se realiza, dónde se efectúa, la forma en que se aplica, cómo se lleva a cabo, la manera de contestarlo, el modo de prepararlo, entre otros. Familiarizarse de antemano con la logística del proceso, facilitará a los aspirantes concentrar su atención en la resolución del examen.

Un elemento importante es la descripción del examen de selección: cómo está estructurado, qué partes lo conforman y tipo de preguntas que lo integran. Esta parte de la guía es de particular interés, pues permite conocer las áreas de conocimiento que deben manejarse, el grado con que se espera se dominen los diversos temas –tanto de carácter general como específicos para la carrera que se elija– y el tipo de habilidades a evaluar.

En la segunda parte de esta guía –en la autoevaluación–, el aspirante encontrará ejercicios similares a los que integrarán el examen. Se verá que no sólo se pretende que resuelva la autoevaluación, y con ello tenga un diagnóstico general, sino también que con el desarrollo de cada ejercicio logre reafirmar o complementar sus conocimientos y habilidades.

Este material, que surge de la experiencia adquirida a lo largo de los años por la UAM respecto a su sistema de selección, condensa recomendaciones y orientaciones compartidas con otros autores e instituciones educativas. Además, la autoevaluación recoge la competencia docente que han acumulado por su trabajo en las aulas durante años los profesores de la UAM que colaboraron en su realización.

Finalmente, se proporciona una bibliografía que el lector podrá consultar para estudiar con más profundidad los temas del examen.

1. El examen de selección de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM)

1.1 El examen de selección

¿Por qué se selecciona a los aspirantes que desean ingresar a la UAM?

Todas las carreras de la UAM tienen cupo limitado y por ello la reglamentación vigente establece como requisito de ingreso presentar examen de selección. El examen busca elegir a los aspirantes más capaces para formar profesionistas con mayores posibilidades de éxito, tanto en el desarrollo de su carrera como en el ámbito profesional.

¿Qué es el examen de selección?

Es un instrumento que, basado en los conocimientos impartidos a los estudiantes en los diversos planes de estudio de Educación Media Superior y en las habilidades, y conocimientos, requeridos en los primeros años en la UAM, determina las capacidades de los aspirantes para elegir a quienes tienen el más alto desempeño.

¿Cuántas preguntas tiene?

El examen tiene un total de 120 preguntas y está dividido en tres partes: razonamientos o habilidades verbales, razonamiento matemático y conocimientos específicos.

¿De cuánto tiempo dispones para resolverlo?

Dispones de tres horas, tiempo considerado suficiente para contestar las preguntas y revisar tus respuestas. La experiencia indica que se necesitan alrededor de dos horas y cuarto para este proceso.

El examen de selección no es una prueba de velocidad; tómate el tiempo suficiente para contestar, rectificar o ratificar las respuestas, sin exceder el tiempo establecido.

¿En dónde se realiza?

En instalaciones adecuadas que para tal efecto asigna la UAM. El lugar, día y hora exactos se indican en el comprobante de registro con fotografía que obtienes cuando concluyes con el registro de tu solicitud.

¿Quién lo aplica?

Un asistente examinador (AE). Esta persona es un representante de la UAM a quien podrás identificar fácilmente. Te recibirá en el salón del plantel que se te asignó.

¿Cuál es la función del asistente examinador (AE)?

Recibirte amablemente, identificarte mediante tu comprobante de registro y entregarte el examen para que lo resuelvas. Una vez que hayas recibido el examen de selección de parte del AE, éste procederá a leer con sumo cuidado las instrucciones para resolverlo, mismas que explicará tantas veces como sea necesario. Es indispensable que sigas las instrucciones que indique el AE, ya que de no hacerlo puedes cometer errores al momento de llenar la hoja de respuestas.

El asistente examinador recogerá el examen cuando termines y revisará que no esté mutilado.

El AE tiene la responsabilidad de suspender el examen a quienes:

- Estén copiando.
- Alteren de cualquier manera la disciplina.
- Utilicen cualquier material no autorizado.

1.2 Cómo prepararte para sustentar el examen de selección

¿Qué te recomendamos para prepararte?

- Mientras estudias anota, subraya, comenta al margen de la guía y hazte preguntas.
- Concéntrate en lo que estudias.
- Corroboras si la preparación ha sido efectiva. Es conveniente que, complementariamente al estudio, realices ejercicios de autoevaluación; con esto tendrás una percepción más realista de tu nivel de preparación.
- Busca una aplicación práctica del tema estudiado.
- Relaciona los nuevos conocimientos con los adquiridos anteriormente.
- Muchas preguntas incluyen palabras técnicas especializadas. Consulta el diccionario cada vez que no entiendas el significado de una palabra.
- Estudia cuidadosamente; en ocasiones lees mecánicamente sin concentrarte en la lectura. Si éste es el caso, es importante detenerte, identificar el concepto principal y retomar la lectura desde una nueva perspectiva.
- De las 120 preguntas, la mayoría está relacionada con razonamientos y conocimientos específicos, por lo cual la memorización no es tan importante como el entendimiento.
- Estudia con anticipación los temas y subtemas correspondientes al área de conocimientos de la carrera seleccionada.

La mejor preparación para que presentes el examen de selección de la UAM la lograrás familiarizándote con los conceptos, la información y las recomendaciones que se hacen en esta guía, y resolviendo la autoevaluación que se presenta al final. Puedes prepararte en grupo o individualmente, todo depende de ti, de tu capacidad de estudio y de tus objetivos. Si eliges la carrera de acuerdo con el área de conocimiento de los estudios que realizaste en el nivel medio superior, tendrás mayor éxito.

La UAM no imparte cursos de preparación para el examen de selección. Recomendamos no dejarte sorprender por la publicidad que ofrece cursos garantizando la entrada a la UAM si te inscribes en ellos. Tales cursos no son ofrecidos ni avalados por la UAM.

1.3 Resolución del examen de selección

¿Qué tipo de preguntas contiene?

Las preguntas son de opción múltiple y se presentan con cinco posibles respuestas, una de las cuales es la correcta. Para cada pregunta siempre existe una sola respuesta correcta.

Un ejemplo de pregunta de opción múltiple es el siguiente:

Ejemplo 1.3.1 Elige la opción que representa a los agentes patógenos que se consideran no vivientes:

- A. Los virus
- B. Los hongos
- C. Las bacterias
- D. Las algas
- E. Los protozoarios

La opción **A** es la respuesta correcta.

¿Qué te recomendamos para contestarlo?

- Lee cada pregunta hasta tener claro lo que se pide. Si no logras captar el objetivo de la pregunta, toma nota de ésta y pasa a la siguiente.
- No debes detenerte demasiado en una sola pregunta, es recomendable acabar el examen primero y el tiempo que sobra dedicarlo a las preguntas que quedaron pendientes de solución.
- Encuentra la respuesta correcta a la pregunta antes de ver las opciones que se te presentan. De esta manera al leerlas, sólo corroboras tu respuesta.
- Utiliza tus conocimientos y el razonamiento, ambos son necesarios para resolverlo.

¿Cómo es la hoja de respuestas?

En la página 5, figura 1.1, se muestran ejemplos del comprobante de registro con fotografía y de la hoja de respuestas. La hoja de respuestas contiene datos cuya veracidad debes revisar cuidadosamente. Cerciórate de que tu nombre y folio, allí escritos, correspondan a los del comprobante de registro con fotografía. Cualquier discrepancia repórtala inmediatamente al AE.

¿Cómo debes llenar la hoja de respuestas?

Para cada pregunta, la hoja presenta cinco círculos correspondientes a cada una de las cinco diferentes opciones de respuesta.

- Llena completamente con lápiz el círculo de la opción que seleccionaste. Por ejemplo, en la hoja de respuestas que aparece en la página 5, se muestra marcada la **B** de la pregunta 24. Esto indica que en la pregunta 24 se eligió la opción **B** como la respuesta correcta.
- Llena un sólo círculo para cada pregunta. En caso de llenar más de un círculo, la respuesta se invalida.
- No hagas otras anotaciones en la hoja de respuestas.
- Cada vez que llenes el círculo correspondiente a la opción seleccionada, verifica que el número de la respuesta coincida con el de la pregunta.

- Cuando no contestes alguna pregunta, asegúrate de dejar en blanco los círculos correspondientes con el fin de evitar un posible desfasamiento que afecte el orden de las respuestas.
- En caso de equivocación, borra totalmente la marca para evitar que la computadora lo registre como una respuesta doble, lo que la invalida automáticamente. La hoja no deberá tener enmendadura o raspadura alguna. No dobles ni arrugues la hoja de respuestas.

¿Con qué material debes presentarte?

El único material que debes llevar es el siguiente:

- Lápices del número dos.
- Sacapuntas.
- Goma suave, las gomitas de los lápices tienden a romper el papel de la hoja de respuestas.
- Bolígrafo con tinta negra o azul.

No se permiten calculadoras ni juegos de geometría. Limítate a llevar exclusivamente los objetos ya indicados. Si llevas otras cosas las tendrás que dejar en la entrada del lugar en donde se aplicará el examen, sin responsabilidad para la UAM.

1.4 Estructura del examen de selección

El examen de selección comprende tres partes: una prueba de razonamiento verbal, una de razonamiento matemático y otra de conocimientos específicos.

1.5 Prueba de razonamiento verbal

¿Por qué se incluye la prueba de razonamiento verbal?

Porque permite evaluar tu capacidad de lectura y comprensión, así como la amplitud de tu vocabulario. Además, mide habilidades intelectuales como la agudeza, la agilidad, la concentración, la memoria y la organización. Estos elementos son indispensables para el aprendizaje.

¿Cuáles son las secciones que contiene la prueba de razonamiento verbal?

- Comprensión lectora
 - Análisis de textos
 - Síntesis de textos
 - Identificación de información explícita o implícita contenida en el texto
 - Identificación del argumento
- Comunicación escrita
 - Uso de ortografía
 - Sintaxis
 - Puntuación
 - Análisis y producción de enunciados gramaticalmente correctos *versus* incorrectos
 - Aplicación de la semántica
 - Manejo del vocabulario

Una gran decisión

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

COMPROBANTE DE REGISTRO

Primer Proceso de Selección 2011

Trimestre de ingreso: **110 SEPTIEMBRE** Folio: **5101321** Matricula: _____

Apellido paterno: **DURAN** Apellido materno: **DEL VALLE** Nombre(s): **LUCIA**

Unidad: **IZTAPALAPA** División: **CIENCIAS BIOLÓGICAS Y DE LA SALUD**

SOLICITUD
 1a. Opción de carrera: **LICENCIATURA EN INGENIERÍA BIOQUÍMICA INDUSTRIAL**
 2a. Opción de carrera: _____
 Turno: **UNICO**
 Dedicación: **TIEMPO COMPLETO**

Publicación de resultados del examen de selección el 3 de abril, en puestos de periódicos y en www.uam.mx
 Publicación de la lista complementaria el 30 de abril.
 Reimpreso 06-abr-11 17:35:05



FIRMA DEL ASPIRANTE

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA

Casa abierta al tiempo

HOJA DE RESPUESTAS

Primer proceso de selección de 2011
 Examen de selección

IZTAPALAPA
 13 Marzo 2011
 09:00
 S 38 A 1

Folio: **5101321**
 Examen: **E101321**

(8) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1)

LUCIA DURAN DEL VALLE



INSTRUCCIONES

1. No maltrates ni dobles la hoja.

2. Llena totalmente los círculos sin invadir otra área.

Ejemplos:
 Correcto: (A) (B) (●) (D) (E)
 Incorrectos: (X) (f) (e) (f)

1	(A) (B) (C) (D) (E)	31	(A) (B) (C) (D) (E)	61	(A) (B) (C) (D) (E)	91	(A) (B) (C) (D) (E)	121	(A) (B) (C) (D) (E)
2	(A) (B) (C) (D) (E)	32	(A) (B) (C) (D) (E)	62	(A) (B) (C) (D) (E)	92	(A) (B) (C) (D) (E)	122	(A) (B) (C) (D) (E)
3	(A) (B) (C) (D) (E)	33	(A) (B) (C) (D) (E)	63	(A) (B) (C) (D) (E)	93	(A) (B) (C) (D) (E)	123	(A) (B) (C) (D) (E)
4	(A) (B) (C) (D) (E)	34	(A) (B) (C) (D) (E)	64	(A) (B) (C) (D) (E)	94	(A) (B) (C) (D) (E)	124	(A) (B) (C) (D) (E)
5	(A) (B) (C) (D) (E)	35	(A) (B) (C) (D) (E)	65	(A) (B) (C) (D) (E)	95	(A) (B) (C) (D) (E)	125	(A) (B) (C) (D) (E)
6	(A) (B) (C) (D) (E)	36	(A) (B) (C) (D) (E)	66	(A) (B) (C) (D) (E)	96	(A) (B) (C) (D) (E)	126	(A) (B) (C) (D) (E)
7	(A) (B) (C) (D) (E)	37	(A) (B) (C) (D) (E)	67	(A) (B) (C) (D) (E)	97	(A) (B) (C) (D) (E)	127	(A) (B) (C) (D) (E)
8	(A) (B) (C) (D) (E)	38	(A) (B) (C) (D) (E)	68	(A) (B) (C) (D) (E)	98	(A) (B) (C) (D) (E)	128	(A) (B) (C) (D) (E)
9	(A) (B) (C) (D) (E)	39	(A) (B) (C) (D) (E)	69	(A) (B) (C) (D) (E)	99	(A) (B) (C) (D) (E)	129	(A) (B) (C) (D) (E)
10	(A) (B) (C) (D) (E)	40	(A) (B) (C) (D) (E)	70	(A) (B) (C) (D) (E)	100	(A) (B) (C) (D) (E)	130	(A) (B) (C) (D) (E)
11	(A) (B) (C) (D) (E)	41	(A) (B) (C) (D) (E)	71	(A) (B) (C) (D) (E)	101	(A) (B) (C) (D) (E)	131	(A) (B) (C) (D) (E)
12	(A) (B) (C) (D) (E)	42	(A) (B) (C) (D) (E)	72	(A) (B) (C) (D) (E)	102	(A) (B) (C) (D) (E)	132	(A) (B) (C) (D) (E)
13	(A) (B) (C) (D) (E)	43	(A) (B) (C) (D) (E)	73	(A) (B) (C) (D) (E)	103	(A) (B) (C) (D) (E)	133	(A) (B) (C) (D) (E)
14	(A) (B) (C) (D) (E)	44	(A) (B) (C) (D) (E)	74	(A) (B) (C) (D) (E)	104	(A) (B) (C) (D) (E)	134	(A) (B) (C) (D) (E)
15	(A) (B) (C) (D) (E)	45	(A) (B) (C) (D) (E)	75	(A) (B) (C) (D) (E)	105	(A) (B) (C) (D) (E)	135	(A) (B) (C) (D) (E)
16	(A) (B) (C) (D) (E)	46	(A) (B) (C) (D) (E)	76	(A) (B) (C) (D) (E)	106	(A) (B) (C) (D) (E)	136	(A) (B) (C) (D) (E)
17	(A) (B) (C) (D) (E)	47	(A) (B) (C) (D) (E)	77	(A) (B) (C) (D) (E)	107	(A) (B) (C) (D) (E)	137	(A) (B) (C) (D) (E)
18	(A) (B) (C) (D) (E)	48	(A) (B) (C) (D) (E)	78	(A) (B) (C) (D) (E)	108	(A) (B) (C) (D) (E)	138	(A) (B) (C) (D) (E)
19	(A) (B) (C) (D) (E)	49	(A) (B) (C) (D) (E)	79	(A) (B) (C) (D) (E)	109	(A) (B) (C) (D) (E)	139	(A) (B) (C) (D) (E)
20	(A) (B) (C) (D) (E)	50	(A) (B) (C) (D) (E)	80	(A) (B) (C) (D) (E)	110	(A) (B) (C) (D) (E)	140	(A) (B) (C) (D) (E)
21	(A) (B) (C) (D) (E)	51	(A) (B) (C) (D) (E)	81	(A) (B) (C) (D) (E)	111	(A) (B) (C) (D) (E)	141	(A) (B) (C) (D) (E)
22	(A) (B) (C) (D) (E)	52	(A) (B) (C) (D) (E)	82	(A) (B) (C) (D) (E)	112	(A) (B) (C) (D) (E)	142	(A) (B) (C) (D) (E)
23	(A) (B) (C) (D) (E)	53	(A) (B) (C) (D) (E)	83	(A) (B) (C) (D) (E)	113	(A) (B) (C) (D) (E)	143	(A) (B) (C) (D) (E)
24	(A) (B) (C) (D) (E)	54	(A) (B) (C) (D) (E)	84	(A) (B) (C) (D) (E)	114	(A) (B) (C) (D) (E)	144	(A) (B) (C) (D) (E)
25	(A) (B) (C) (D) (E)	55	(A) (B) (C) (D) (E)	85	(A) (B) (C) (D) (E)	115	(A) (B) (C) (D) (E)	145	(A) (B) (C) (D) (E)
26	(A) (B) (C) (D) (E)	56	(A) (B) (C) (D) (E)	86	(A) (B) (C) (D) (E)	116	(A) (B) (C) (D) (E)	146	(A) (B) (C) (D) (E)
27	(A) (B) (C) (D) (E)	57	(A) (B) (C) (D) (E)	87	(A) (B) (C) (D) (E)	117	(A) (B) (C) (D) (E)	147	(A) (B) (C) (D) (E)
28	(A) (B) (C) (D) (E)	58	(A) (B) (C) (D) (E)	88	(A) (B) (C) (D) (E)	118	(A) (B) (C) (D) (E)	148	(A) (B) (C) (D) (E)
29	(A) (B) (C) (D) (E)	59	(A) (B) (C) (D) (E)	89	(A) (B) (C) (D) (E)	119	(A) (B) (C) (D) (E)	149	(A) (B) (C) (D) (E)
30	(A) (B) (C) (D) (E)	60	(A) (B) (C) (D) (E)	90	(A) (B) (C) (D) (E)	120	(A) (B) (C) (D) (E)	150	(A) (B) (C) (D) (E)

EW-274209-1

1 Hr. 1.5 Hr. 2 Hr. Más de 2 Hrs.

Firma con bolígrafo sin salir del recuadro

FIRMA

(8) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1) (8) (4) (2) (1)

Figura 1.1: Comprobante de registro y hoja de respuestas

¿Cuáles son las instrucciones que se te dan en el examen para resolver cada una de las secciones de la prueba de razonamiento verbal?

En la sección aplicación de la semántica se puede solicitar la identificación de analogías como la siguiente:

Ejemplo 1.5.1 Selecciona, entre las cinco opciones de respuesta, la analogía correcta.

Pinzas es a mecánico, como _____.

- A. mesa es a cocinera
- B. caja fuerte es a archivero
- C. aguja es a costurera
- D. estante es a hemeroteca
- E. ojo es a mujer

Para responder este ejemplo es necesario razonar de esta forma:

- Las pinzas son un objeto y el mecánico es una persona. Esto te permite eliminar las opciones **B** y **D**.
- Las pinzas son una herramienta que utiliza el mecánico. Se puede eliminar la opción **E** porque el ojo forma parte de la mujer, a diferencia de las pinzas que son algo externo al mecánico.
- Para poder elegir entre la **A** y la **C**, hay que tomar en cuenta que las pinzas son una herramienta específica del mecánico, mientras que la mesa no sólo es utilizada por la cocinera. La aguja es una herramienta específica de la costurera, por lo cual la opción **C** es la respuesta correcta.

Razona cuidadosamente, recuerda que hay preguntas con alto grado de dificultad en las que tendrás que reflexionar más.

Para esta sección del examen algunos autores sugieren lo siguiente:

- Trata de establecer la relación entre las primeras palabras antes de proceder a examinar las opciones de respuesta.
- La relación entre las palabras puede ser concreta: de causa y efecto (llover es a mojar); entre una parte y el todo (página es a libro); de composición (neurona es a cerebro); opuesta (blanco es a negro); una clasificación menor o una mayor (gato es a carnívoro).
- La relación puede ser abstracta, por ejemplo: azar es a raza, donde la relación está en la inversión de las letras. Busca el par de palabras que tengan la misma relación y la misma idea que en el ejemplo.

En la sección de manejo de vocabulario se puede plantear un ejercicio de sinónimos:

Ejemplo 1.5.2 Selecciona, entre las cinco opciones de respuesta, la palabra cuyo significado sea el mismo o el más parecido al del enunciado.

Conscripto:

- A. Veterano
- B. Recluta
- C. Soldado
- D. Novato
- E. Remiso

Para responder a esta pregunta es importante que sepas el significado correcto de “conscripto”. La palabra “conscripto” significa ser alistado o reclutado por el ejército. Por lo cual la respuesta correcta es **B**.

La parte que corresponde a los sinónimos está basada en conocimientos previos. La lectura es una técnica para adquirirlos; adóptala y lograrás ampliar tu vocabulario.

En cuanto al uso de la sintaxis y la aplicación de la semántica se pueden plantear oraciones incompletas como el ejemplo que sigue:

Ejemplo 1.5.3 Selecciona, entre las cinco opciones de respuesta, las palabras que complementen correctamente el sentido de la oración.

La vacuna contra el SIDA para los _____ no está en el mercado; falta _____ adecuadamente.

- A. América, analizarla
- B. mujer, aplicarla
- C. humanos, desarrollarla
- D. ave, elaborarla
- E. hospitales, descubrirlos

En este ejemplo, la frase “... el SIDA para los _____” no puede incluir la opción “América”, ya que no se dice los América; lo mismo sucede con “mujer” y “ave”.

De las dos opciones que quedan, la oración “... falta _____ adecuadamente.”, no permite la palabra “descubrirlos”, ya que la vacuna está en singular y descubrirlos en plural, por lo tanto la opción **C** es la respuesta correcta.

Algunos autores recomiendan lo siguiente:

- Lee la oración con mucho cuidado y asegúrate de comprender la idea o ideas que expresa la oración.
- No selecciones una opción porque “suene bien”; recuerda que lo que debes escoger es la palabra o palabras que mejor completan la oración en forma coherente y precisa.

- Busca en la estructura gramatical de la oración alguna guía que te indique cuál debe ser la respuesta correcta.
- Para confirmar tu selección, lee la oración después de haber escogido la palabra o palabras que completen los espacios en blanco.
- Identifica y descarta todas las opciones claramente equivocadas.

En la sección de manejo de vocabulario, pueden aparecer ejercicios de antónimos como el siguiente:

Ejemplo 1.5.4 Selecciona, entre las cinco opciones, la palabra cuyo significado sea opuesto al de la palabra ruin:

- A. Malagradecido
- B. Miserable
- C. Avaro
- D. Generoso
- E. Raquíptico

La palabra “ruin” significa vil, malvado, despreciable. Lo contrario (antónimo) de “ruin” es “noble, virtuoso, generoso”. La opción **D** es la respuesta correcta.

En este tipo de preguntas se te presenta una palabra para que encuentres otra de significado opuesto dentro de las cinco opciones que se ofrecen. No siempre existe un antónimo exacto de la palabra. En estos casos hay que seleccionar como opción correcta la palabra que se asemeje más al significado opuesto al de la enunciada.

Por ello, para contestar preguntas como ésta:

- Trata de comprender el significado de la palabra antes de buscar su antónimo entre las alternativas presentadas.
- Si no conoces el antónimo de la palabra, busca algunos de sus sinónimos que te ayuden a identificar su opuesto.

En la sección de comprensión lectora, pueden aparecer ejercicios de análisis de texto con preguntas sobre el contenido de un texto:

Contesta las dos preguntas siguientes basándote en lo que el siguiente texto afirma o implica

El actor mexicano Alfredo Gutiérrez murió ayer en una clínica de Acapulco a los 74 años. El actor fue internado el pasado lunes a causa de una súbita elevación de la presión arterial. Se encontraba en Acapulco, trabajando en una obra de teatro titulada *Locura de amor*, cuando se sintió repentinamente enfermo. El cadáver será trasladado a la Ciudad de México, donde se efectuará el sepelio. Lamentablemente el actor ya no podrá regresar a su país de origen, ni volverá a pasear por esas calles empedradas por las que caminó de niño y que él tanto recordaba. Con la muerte de Alfredo Gutiérrez la escena mexicana pierde a uno de sus actores más significativos de la década de los cuarenta.

Ejemplo 1.5.5 El propósito principal de este texto es:

- A. Anunciar la muerte del personaje en la obra de teatro titulada *Locura de amor*
- B. Anunciar la muerte del actor Alfredo Gutiérrez
- C. Decir que en Acapulco se presentaba la obra de teatro *Locura de amor*
- D. Anunciar a Alfredo Gutiérrez como uno de los actores más significativos de la década de los cuarenta
- E. Especificar cuál fue la causa de su muerte

En este ejemplo la opción **B** es la respuesta correcta. Las otras se refieren a ideas de carácter secundario que indican la importancia del actor en la escena mexicana y la causa de su fallecimiento. Pero el propósito del texto es anunciar su desaparición física.

Ejemplo 1.5.6 De la lectura del texto queda implícito todo lo siguiente, excepto que Alfredo Gutiérrez:

- A. No era mexicano por nacimiento
- B. Extrañaba su país de origen
- C. Era español
- D. Tenía una larga carrera como actor
- E. No murió en su país de origen

En este ejemplo la opción **C** es la respuesta correcta. En el texto queda claro que el actor tiene un país de origen que no es México, pero no tiene por qué ser España. Puede ser cualquier otro sitio donde existan calles empedradas.

En esta sección de comprensión lectora se prueban varias destrezas. Algunas preguntas están dirigidas a probar la comprensión de lo que se dice en el párrafo de manera directa. En otras tienes que analizar e interpretar lo que lees. Se prueba también tu habilidad para reconocer los planteamientos del autor e identificar la coherencia del escrito.

Algunos autores recomiendan:

- Leer todas las opciones antes de decidirte por una de ellas.
- Contestar las preguntas con base en el contenido del texto, no las contestes de acuerdo con tu opinión personal ni utilizando tus conocimientos previos sobre el tema.
- Contestar la pregunta que se formula, no escojas una de las opciones sólo por el hecho de que es una oración verdadera. Puedes encontrar opciones que aún siendo verdaderas no están relacionadas con el texto ni con el sentido de la pregunta o pueden ser incompletas.
- Mientras lees, sigue el argumento del autor, su línea de razonamiento, los métodos que usa para fortalecer su argumento y busca la información implícita en el texto.

1.6 Prueba de razonamiento matemático

¿Por qué se incluye la prueba de razonamiento matemático?

Porque permite evaluar algunas habilidades que se relacionan con tu desempeño académico pues, como se sabe, prácticamente todas las disciplinas científicas utilizan la matemática como uno de sus instrumentos.

La prueba de razonamiento matemático incluye una parte operativa en la que se requiere sumar, restar, multiplicar y dividir, aunque para resolverla correctamente es necesario, además, reflexionar y razonar. Esta prueba mide tu habilidad para resolver problemas que involucran razonamiento aritmético, geométrico y algebraico.

¿Cuáles son las secciones que contiene la prueba de razonamiento matemático?

- Razonamiento numérico
 - Series numéricas
 - Aritmética
 - Álgebra
 - Geometría
- Razonamiento simbólico-abstracto
 - Completar series con elementos abstractos
 - Interpretación de elementos gráficos
- Razonamiento lógico
 - Analogía
 - Series lógicas
 - Algoritmos
 - Inducción
 - Reconocimiento de hipótesis

¿Cuáles son las instrucciones generales que se te dan en el examen para resolver la prueba de razonamiento matemático?

- Lee cuidadosamente la pregunta.
- Resuelve el problema que se plantea.
- Busca entre las opciones la respuesta que obtuviste.
- Márcala en la hoja de respuestas.
- Si no encuentras una opción que coincida con la solución que obtuviste, revisa tu procedimiento.
- Si continúa la discrepancia, pasa a la siguiente pregunta y sólo si tienes tiempo vuelve a intentar contestarla.

A continuación se presentan ejemplos de ejercicios de razonamiento matemático:

Ejemplo 1.6.1 En la sucesión numérica 32, 34, 36, 38, 40 ¿cuáles son los dos números siguientes?

- A. 42, 44
- B. 42, 43
- C. 42, 46
- D. 43, 45
- E. 43, 44

En este ejemplo observamos que entre el 34 y el 32 hay dos de diferencia ($34 - 32 = 2$); entre el 36 y el 34 también hay dos de diferencia ($36 - 34 = 2$); lo mismo sucede entre el 38 y el 36 y entre el 40 y el 38. Por lo tanto, la sucesión progresiva va de dos en dos, lo cual elimina las opciones **B**, **C**, **E**. También se puede observar que todos los números considerados en la sucesión original son pares y esto descarta la posibilidad **D**. Por ende, la opción **A** es la respuesta correcta.

Ejemplo 1.6.2 Un avión vuela a 1 000 km/h y un autobús se desplaza a 25 km/h; ¿cuántas veces es más lento el autobús?

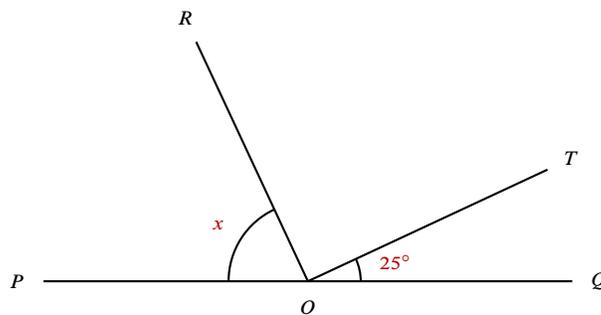
- A. 40
- B. 975
- C. 39
- D. 1 025
- E. 41

Para resolver este ejemplo, hay que utilizar la operación de división, es decir:

$$\frac{(1\,000 \text{ km/h})}{(25 \text{ km/h})} = 40.$$

Por lo tanto, la opción **A** es la respuesta correcta.

Ejemplo 1.6.3 En la siguiente figura, POQ es una recta y la recta OR es perpendicular a la recta OT ; el ángulo x es de:



- A. 45°
- B. 55°
- C. 65°
- D. 75°
- E. 85°

Para resolver este ejemplo considera que al ser perpendiculares OR y OT , el ángulo que hay entre ellas es de 90° ; el ángulo POQ es 180° ; así que

$$x + 90^\circ + 25^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ.$$

Por lo tanto, la opción **C** es la respuesta correcta.

Ejemplo 1.6.4 Un señor tiene 60 años y su hijo 28, ¿dentro de cuántos años la edad del hijo será $\frac{5}{9}$ de la edad del padre?

- A. 14 años
- B. 12 años
- C. 13 años
- D. 9 años
- E. 7 años

Sea x los años que tendrán que pasar para que la edad del hijo sea $\frac{5}{9}$ de la edad del padre. Como 28 años es la edad del hijo y 60 años la edad del padre en este momento, si traducimos algebraicamente la condición que establece el problema, tenemos:

$$28 + x = \frac{5}{9}(60 + x).$$

Resolviendo esta ecuación de primer grado con una incógnita, encontramos que $x = 12$; por lo tanto, la opción **B** es la respuesta correcta.

Te señalamos que las pruebas de razonamiento verbal y matemático constituyen una parte importante del examen. Si bien no son una medida de tu capacidad en un área específica del conocimiento, sí son una forma de evaluar tu habilidad intelectual, la cual es indispensable en cualquier profesión a la que quieras dedicarte.

1.7 Prueba de conocimientos específicos

¿En qué consiste la prueba de conocimientos específicos?

Esta parte del examen comprende una serie de ejercicios que tienen como objetivo conocer tu nivel de información y capacidad para manejar conceptos relacionados con tu área de interés.

¿Por qué se incluye la prueba de conocimientos específicos?

Para ingresar a la Universidad es necesario contar con una serie de conocimientos básicos, propios de la licenciatura que deseas estudiar. Esta parte del examen permite evaluar tu nivel de estos conocimientos.

¿Qué temas y subtemas específicos cubre el examen de selección para Ciencias Básicas e Ingeniería (CBI)?

Los temas y subtemas cubren de manera general los conocimientos que necesitas para la carrera que elegiste. Ejercicios asociados a estos temas los encuentras en la autoevaluación de esta guía.

1.7.1 Matemática

- Aritmética
 - Mínimo común múltiplo y máximo común divisor
 - Operaciones con fracciones numéricas

- Álgebra
 - Valor numérico de expresiones algebraicas
 - Términos semejantes
 - Uso de paréntesis
 - Leyes de los exponentes y radicales
 - Operaciones con polinomios
 - Productos notables
 - Factorización
 - Operaciones con fracciones algebraicas
 - Racionalización
 - Ecuaciones de primer grado con una incógnita
 - Sistemas de ecuaciones lineales
 - Ecuaciones de segundo grado
- Geometría euclidiana
 - Ángulos complementarios y suplementarios
 - Ángulos formados al cortar dos paralelas por una transversal
 - Propiedades de paralelogramos y triángulos
 - Triángulos congruentes y semejantes
 - Teorema de Pitágoras
 - Perímetro y área de polígonos, y del círculo
 - Área y volumen de paralelepípedos, cilindros, conos y esferas
- Trigonometría plana
 - Medida de ángulos en grados y radianes
 - Funciones trigonométricas de ángulos notables $\pm 30^\circ$, $\pm 45^\circ$, $\pm 60^\circ$, $\pm 90^\circ$
 - Identidades trigonométricas básicas
 - Resolución de triángulos rectángulos
 - Funciones de la adición de ángulos
 - Funciones de la sustracción de ángulos
 - Ley de los cosenos
 - Ley de los senos
 - Resolución de triángulos oblicuángulos
- Geometría analítica
 - Distancia entre dos puntos
 - División de un segmento en una razón dada. Punto medio
 - Ángulo de inclinación y pendiente de una recta
 - Condiciones de paralelismo y perpendicularidad
 - Ecuación de la recta en todas sus formas
 - Intersección de rectas
 - Ecuación y elementos principales de la circunferencia
 - Ecuación y elementos principales de la parábola

- Ecuación y elementos principales de la elipse
- Ecuación y elementos principales de la hipérbola
- Cálculo diferencial e integral
 - Derivadas de sumas, productos, cocientes y potencias de funciones
 - Integrales inmediatas

1.7.2 Física

- Análisis dimensional
 - Sistema internacional de unidades (SI)
 - Magnitudes físicas. Escalares y vectoriales. Fundamentales y derivadas
 - Notación científica
 - Conversión de unidades
- Cinemática
 - Conceptos de desplazamiento, velocidad y aceleración
 - Movimiento rectilíneo uniforme y acelerado
 - Movimiento bidimensional: circular y tiro parabólico
- Dinámica
 - Conceptos de inercia, torca o momento de una fuerza, energía cinética, energía potencial, trabajo y potencia
 - Leyes de Newton
- Estática
 - Diagrama de cuerpo libre
 - Equilibrio y centro de gravedad
- Hidrostática
 - Principio de Pascal
 - Densidad
- Electrostática
 - Carga eléctrica
 - Ley de Coulomb

1.7.3 Química

- Materia
 - Sustancias puras y mezclas
 - Estados de agregación

- Estructura del átomo
 - Partículas subatómicas fundamentales
 - Número atómico, número de masa e isótopos
 - Moléculas e iones
 - Masa molar y cantidad de sustancia (mol)
- Nomenclatura
 - Compuestos iónicos
 - Compuestos moleculares
 - Ácidos y bases
- Reacciones químicas
 - Ácido - base
 - Óxido - reducción
 - Combustión

Presentación de la autoevaluación

Como segunda parte de esta guía, se presentan ejercicios que conforman la autoevaluación, las soluciones y los desarrollos de cada uno de ellos. Aunque su estructura general corresponde a los temas y subtemas del examen, estos ejercicios no formarán necesariamente parte de los exámenes de selección.

Los profesores que colaboraron en su realización trabajaron de manera multidisciplinaria, pensando siempre que quienes presentarán el examen puedan afianzar los conocimientos del nivel medio superior (necesarios para iniciar su formación universitaria). En su elaboración, se ha empleado una didáctica adecuada para coadyuvar a la comprensión de contenidos y al desarrollo de las competencias implícitas en éstos.

Para contestar la autoevaluación, es necesario que actives los conocimientos previos que has aprendido de manera formal en la escuela y aquellos adquiridos en las diversas situaciones de la vida cotidiana. Es importante que tengas presente que, para esta tarea, se requiere un nivel óptimo de atención y concentración que te permita resolver cada ejercicio. Te sugerimos hacerlo como si presentarás el examen de selección, empleando únicamente lápiz y papel, y en un lapso máximo de tres horas.

Para responder eficientemente esta autoevaluación, considera las recomendaciones generales de esta guía tomando en cuenta los siguientes pasos:

- Lee detenidamente el ejercicio y trata de comprenderlo en su totalidad.
- Resuelve el ejercicio que se plantea.
- Examina las opciones propuestas y razona sus diferencias.
- Selecciona la opción que consideres correcta. No adivines.

Una vez que concluyas la autoevaluación, comprueba en la hoja de soluciones si las opciones seleccionadas por ti son las correctas. Con esto tendrás un diagnóstico general de tu desempeño.

Podrás ya pasar a los desarrollos para que verifiques tus resultados o para que estudies la solución propuesta. Con la finalidad de potenciar tu capacidad autodidacta, te proporcionamos ejercicios cuya solución implica necesariamente comprenderlos; para esto podrás utilizar las notas a pie de página que son ayudas breves relacionadas con los conceptos y las habilidades que se pretende desarrollar.

Considera que, en los desarrollos, se propone una solución, aun cuando puedan existir otras maneras de resolver el mismo ejercicio.

2. Autoevaluación

Lee con atención el siguiente fragmento y responde las cuatro preguntas que aparecen enseguida.

Normalmente, cuando se habla sobre ecología aparecen dos conceptos: el equilibrio y el desequilibrio. Pareciera que en ellos se cifran los límites de nuestra visión sobre las relaciones de los seres vivos con su medio. [...] Los ecólogos que hoy tienen 60 años fueron educados en una noción de equilibrio: se pensaba que la naturaleza tendía a esta cualidad con un dinamismo, como algo que se mantiene por fuerzas propias (homeostasis). Esta idea de equilibrio jamás se definió como permanente, inamovible; siempre se le pensó cambiante bajo una serie de parámetros, el clima, por ejemplo.

De estas ideas se empezó a dudar en los años sesenta y setenta. Se cuestionó la existencia del ecosistema común, de una unidad equivalente a un organismo de organismos. Se comenzó a suponer que la comunidad, más que un “organismo de...” es un conjunto de poblaciones que no poseen los mecanismos homeostáticos que tenemos los hombres, y se supuso que no existe propiamente un equilibrio al que lleve todo el proceso del ecosistema, sino que hay distintos puntos de equilibrio que tienen expresiones propias y que pueden variar con la estructura de la comunidad.

... Es posible pensar que, ahora, se comienza a fortalecer un concepto de equilibrio para ciertas condiciones dadas donde, al ser cambiadas, se cambia también el equilibrio, lo cual da a la naturaleza una enorme capacidad de adaptación.

En los conceptos de equilibrio y desequilibrio se ha dado un papel protagónico al hombre, como si él fuera la causa eficiente del buen o mal funcionamiento de la naturaleza. [...] En la ecología tradicional, de manera muy acientífica, se pensaba al hombre como un elemento ajeno de la naturaleza ... a la que ha dominado durante los últimos treinta mil años. Si se considera a la naturaleza en un equilibrio “perfecto”, cualquier intervención humana va a provocar una alteración, un “desequilibrio”. Esto es falso. Hay que pensar que la intervención humana puede generar otro tipo de sistemas con mayor diversidad y, a veces, con un equilibrio más dinámico.

... En todo caso, el problema surge del mal uso de los recursos, de la rapacidad de ciertas formas de desarrollo.¹

1. El tema del texto es _____.
 - A. el equilibrio ecológico natural y la acción del hombre
 - B. el concepto de ecología aplicado a la acción humana
 - C. equilibrio y desequilibrio en la naturaleza
 - D. diversidad versus equilibrio ecológico
 - E. equilibrio entre energía natural y artificial

1. En <http://www.santafe-conicet.gov.ar/servicios/comunica/utopia.htm> (Consultado el 9 de abril de 2011.)

2. El argumento del autor es que _____.
- solamente la naturaleza puede generar un verdadero equilibrio
 - el hombre es la causa del buen o mal funcionamiento de la naturaleza
 - la acción del hombre puede conseguir sistemas con equilibrio dinámico
 - el hombre es un elemento ajeno a la naturaleza; por lo tanto, la desequilibra
 - no existe un equilibrio al que lleve el proceso del ecosistema
3. ¿En qué radica el desequilibrio ecológico por la acción humana?
- En que su intervención siempre la provoca
 - En que el hombre rompe con la homeostasis natural
 - En que hombre y naturaleza son más bien contrarios
 - En el mal uso que éste hace de los recursos
 - En que éste ha dominado la naturaleza durante los últimos treinta mil años
4. De acuerdo con el contexto, ¿qué se entiende por mecanismos homeostáticos?
- Son aquellos que rompen con el equilibrio natural
 - Son los que determinan la relación de los seres vivos con su medio
 - Son los que permiten conseguir el equilibrio ecológico
 - Son aquellos que solamente puede tener el hombre
 - Son los que pueden generar sistemas de mayor diversidad
5. Decide qué letra (c, s, z) debe ocupar los espacios en blanco que aparecen en algunas de las palabras del siguiente texto:
- El pianista se sienta, tose por preji__io y se con__entra un instante. Las lu__es de ra__imo que alumbran la sala, declinan lentamente hasta detenerse en un resplandor morte__ino de bra__a, al tiempo que una fra__e mu__ical comien__a a subir en silen__io, a desenvolverse clara, estrecha y juiciosamente caprichosa.
- c, s, c, c, s, s, s, c, z, s
 - c, c, c, c, c, s, s, s, z, c
 - s, s, c, c, c, s, c, s, c, s
 - c, s, c, c, c, c, s, s, z, c
 - s, s, c, c, c, s, s, z, c
6. Marca con (c) si la sintaxis de las siguientes oraciones es correcta, o bien con (i) si es incorrecta.
- Mi profesora ha sido sustituida por su enfermedad
 - México es un país con serios problemas
 - Se golpeó cayéndose del caballo
 - El padre habla a sus hijos de otros planetas
 - Nació en la Ciudad de México siendo un gran pianista
 - El día de su nacimiento hubo una gran fiesta

- A. c, c, i, c, c, i
- B. i, c, c, i, i, i
- C. i, i, c, c, i, c
- D. i, c, i, i, i, c
- E. i, i, i, c, c, c

7. Lee con atención el siguiente párrafo y elige los signos de puntuación (coma, punto y coma, punto o dos puntos) que deben colocarse en cada uno de los espacios ocupados por los guiones.

París__19 de noviembre de 1957

Querido señor Germain__

Esperé a que se apagara un poco el ruido que me ha rodeado todos estos días antes de hablarle de todo corazón__ He recibido un honor demasiado grande, que no he buscado ni pedido__ pero cuando supe la noticia__ pensé primero en mi madre y después en usted. Sin usted__ sin la mano afectuosa que tendió al niño pobre que era yo__ sin su enseñanza y su ejemplo__ no hubiese sucedido nada de todo esto__ No es que dé demasiada importancia a un honor de este tipo; pero ofrece por lo menos la oportunidad de decirle lo que usted ha sido y sigue siendo para mí, y de corroborarle que sus esfuerzos__ su trabajo y el corazón generoso que usted puso en ello continuarán siempre vivos en uno de sus pequeños escolares que pese a los años__ no ha dejado de ser su alumno agradecido.

Lo abrazo con todas mis fuerzas.

Albert Camus.

- A. Punto, dos puntos, punto y coma, dos puntos, coma, coma, coma, punto y coma, dos puntos, punto, coma
 - B. Coma, dos puntos, coma, punto, punto, punto, coma, coma, punto y coma, coma, punto y coma
 - C. Coma, punto y coma, coma, punto, dos puntos, coma, coma, coma, punto, coma, punto
 - D. Coma, punto, punto, punto, coma, punto y coma, coma, coma, punto, coma, coma, punto
 - E. Coma, dos puntos, punto, punto y coma, coma, coma, coma, coma, punto, coma, coma
8. De las siguientes oraciones decide cuál de las dos versiones es la correcta:
1. El niño jugaba alegre en el jardín y tira a su hermanita quien llora sin parar
 2. El niño jugaba alegre en el jardín cuando tiró a su hermanita quien lloró sin parar
1. Se trata de un tipo de palabras con características especial
 2. Se trata de un tipo de palabras con características especiales
1. Vi a tus hermanos en el estadio
 2. Vi tus hermanos en el estadio
1. Nunca supuse que se marchara
 2. Nunca suponía que se marchara
- A. 2, 2, 1, 1
 - B. 2, 1, 2, 1
 - C. 1, 1, 2, 2
 - D. 1, 2, 1, 1
 - E. 2, 1, 2, 2

9. Distingue en la siguiente lista, la estructura de las palabras, marcando con (c) las compuestas y con (d) las derivadas.

1. Supermercado
2. Florecita
3. Limpiaparabrisas
4. Tragamonedas
5. Albazo

- A. d, c, d, c, d
B. d, c, d, c, c
C. c, d, c, c, d
D. d, d, d, c, c
E. c, c, c, d, d

10. Elige las opciones que contengan un campo semántico.

1. Sofá, sillón, taburete, banco, silla
2. Amigo, informante, reportero, pariente
3. Libro, recuerdo, frase, informe, cuaderno
4. Blusa, saco, pantalón, falda, abrigo
5. Coche, camión, autobús, tranvía, metro

- A. 3, 4, 5
B. 1, 4, 5
C. 2, 4, 5
D. 1, 3, 5
E. 2, 3, 5

11. Selecciona la palabra (soporta, afronta, rechaza, esquivar, somete) que corresponda a cada expresión, según su contexto:

1. El acusado _____ haber sido el autor del crimen.
2. No obstante _____ con calma todo el interrogatorio;
3. pero _____ a quienes quieren involucrarlo en los hechos.
4. El juez _____ con rigor todo el proceso,
5. y _____ al fiscal, al declarar inocente a quien se juzga.

- A. afronta, esquivar, somete, soporta, rechaza
B. esquivar, afronta, somete, rechaza, soporta
C. rechaza, esquivar, soporta, afronta, somete
D. rechaza, soporta, esquivar, afronta, somete
E. soporta, rechaza, afronta, somete, esquivar

12. Marca con una (s) si el enunciado expresa la relación causa–efecto, o bien con una (n) si denota otro tipo de relación.
1. Por haber sido triunfador, lo premiaron
 2. El desvelo frecuente propicia trastornos del sueño
 3. Antes me respetaba, ahora se burla de mí sin piedad
 4. Debido a las altas temperaturas, este año no se puede esquiar
 5. Tuvo miedo, pero logró superar la prueba
- A. s, s, n, s, n
B. n, s, s, n, n
C. n, s, n, s, n
D. s, s, n, n, n
E. n, n, s, s, s
13. Una ventana rectangular tiene l metros de ancho y h metros de altura, con un perímetro de 6 m y un área de 2 m^2 . ¿Con cuál de las siguientes ecuaciones se puede calcular el ancho de la ventana?
- A. $l^2 - 3l + 2 = 0$
B. $l^2 + 3l + 2 = 0$
C. $l^2 - 6l + 2 = 0$
D. $l^2 + 6l + 2 = 0$
E. $l^2 + 3l - 2 = 0$
14. Se funden x gramos de plata pura con 200 g de una aleación que contiene 75% de este metal. Identifique la ecuación que permite calcular los x gramos de plata pura para que la nueva aleación contenga 90% de plata.
- A. $\frac{150 + x}{200 + x} = 0.9$
B. $\frac{200 + x}{150 + x} = 0.9$
C. $\frac{75 + x}{200 + x} = 0.9$
D. $\frac{200 + x}{75 + x} = 90$
E. $\frac{150 + x}{200 + x} = 90$
15. En un triángulo rectángulo uno de los ángulos agudos es 10° mayor que el triple del otro. Determinar la medida del mayor de ellos.
- A. 75°
B. 65°
C. 80°
D. 70°
E. 60°

16. Una piscina se puede llenar en 7 horas (h) cuando se usan dos grifos, A y B , a la vez. Cuando sólo se utiliza uno de estos para llenar la piscina, al grifo B le toma la mitad del tiempo que necesita el grifo A . ¿En cuántas horas el grifo A llena la piscina?
- A. 21 h
 - B. 10.5 h
 - C. 14 h
 - D. 24 h
 - E. 12 h
17. Los hermanos Juan, Pedro y Luis compraron una casa por la que pagaron \$3 000 000. Pedro aportó el doble que Juan, y Luis tanto como Juan y Pedro juntos. ¿Qué porcentaje aproximado, del costo de la casa, pagó Pedro?
- A. 30%
 - B. 33%
 - C. 40%
 - D. 35%
 - E. 45%
18. Una casa puede ser pintada por Diego en 10 días (d), o bien por Emilio en 15 d. ¿En cuántos días pintarían la casa Diego y Emilio si trabajasen juntos?
- A. 12.5 d
 - B. 5 d
 - C. 6 d
 - D. 7.5 d
 - E. 8 d

19. Considerando la sucesión numérica:

0, 3, -6, -3, 6, 9, -18, ...

¿Cuál de las siguientes sucesiones se rige por la misma regla que la anterior?

- A. 0, -3, -1, -4, -2, ...
 - B. -1, 2, -4, 8, -16, ...
 - C. -5, -2, 4, 7, -14, ...
 - D. 1, -3, -1, -5, -3, ...
 - E. 0, 4, 2, 6, 4, ...
20. ¿Cuál de las siguientes sucesiones numéricas tiene una regla diferente?
- A. -5, -1, -3, 1, -1, ...
 - B. 1, -3, -1, -5, -3, ...
 - C. 2, 6, 4, 8, 6, ...
 - D. -1, 3, 1, 5, 3, ...
 - E. 0, 4, 2, 6, 4, ...

21. Expresar el perímetro P de un triángulo equilátero en términos de su altura h .

$$P = \underline{\hspace{2cm}} .$$

- A. $2\sqrt{3}h$
B. $4h$
C. $\frac{6}{\sqrt{5}}h$
D. $\frac{\sqrt{3}}{4}h^2$
E. $\frac{3\sqrt{3}}{2}h$
22. Un comerciante mezcla café veracruzano de \$130 el kg con café chiapaneco de \$115 y obtiene 100 kg que vende a \$120.25 el kg. ¿Cuántos kilogramos usó de café veracruzano?
- A. 30.5 kg
B. 40.5 kg
C. 65 kg
D. 35 kg
E. 48 kg
23. José y Juan recibían un salario mensual de \$10 000 cada uno. Después de cierto tiempo Juan obtuvo un mejor empleo con un sueldo mensual de \$15 000. Si entre ambos ganaron \$530 000 en un periodo de 2 años, ¿cuál es la ecuación que permite determinar el número x de meses que estuvo Juan en el primer trabajo?
- A. $240 + 10x + 360 + 15x = 530$
B. $240 + 240 - 10x + 15x = 530$
C. $240 + 10x + 360 - x = 530$
D. $240 + 240 - x + 15x = 530$
E. $240 + 10x + 360 - 15x = 530$
24. Al abrir su alcancía Sara encontró que tenía \$4 800 en billetes de \$50, \$100 y \$200. También observó que el número de billetes de \$100 era el triple de los de \$200 y que los de \$50 eran el doble de los de \$100. ¿Cuántos billetes de \$100 había en la alcancía?
- A. 21
B. 18
C. 15
D. 12
E. 6

25. En una avenida se encuentran dos edificios, uno frente al otro, cuyas bases están a 40 m de distancia. La altura de uno es de 45 m y la del otro es de 35 m. Si una persona se coloca en la avenida entre los dos edificios, ¿a qué distancia del edificio más alto debe situarse para que su distancia a la azotea de cada edificio sea la misma?

- A. 17.5 m
- B. 12.5 m
- C. 15 m
- D. 20 m
- E. 10 m

26. En el siguiente arreglo rectangular ¿cuál es el número que falta?

3	6	12
5	10	?
7	14	28

- A. 40
- B. 15
- C. 20
- D. 30
- E. 25

27. En el siguiente arreglo rectangular ¿cuál es la letra que falta?

a	e	i
c	?	k
e	i	m

- A. f
- B. g
- C. h
- D. i
- E. e

28. Para preparar algunos postres, Sara necesitará azúcar; para el pastel requerirá $\frac{3}{8}$ de taza y para las galletas usará $\frac{3}{4}$ de taza. Si sólo hay $\frac{15}{16}$ de taza de azúcar, ¿cuál de las siguientes opciones es correcta?

- A. Tiene apenas suficiente azúcar
- B. Necesita $\frac{9}{4}$ de taza extra
- C. Necesita $\frac{3}{16}$ de taza
- D. Le sobran $\frac{3}{8}$ de taza
- E. Le sobran $\frac{3}{16}$ de taza

29. Dadas las fracciones $\frac{2}{13}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{8}{5}$, la de mayor valor es _____.

A. $\frac{5}{3}$

B. $\frac{2}{13}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{9}{8}$

E. $\frac{8}{5}$

30. El resultado de $\frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}$ es _____.

A. $\frac{35}{24}$

B. $-\frac{8}{3}$

C. $\frac{10}{21}$

D. $-\frac{\frac{3}{2}}{\frac{1}{4}}$

E. $-\frac{10}{21}$

31. Un auto puede recorrer 180 km con 12 ℓ de gasolina. ¿Qué distancia puede recorrer con 20 ℓ?

A. 350 km

B. 280 km

C. 325 km

D. 300 km

E. 200 km

32. El 0.56% del número N es 196. ¿Cuál es el valor de N ?

A. 100 000

B. 35 000

C. 128 000

D. 19 600

E. 40 000

33. Si el 55% de los habitantes de la ciudad tiene automóvil y las $\frac{2}{5}$ partes de ellos no lo utilizan el fin de semana, ¿qué porcentaje de los habitantes no utiliza auto el fin de semana?

- A. 45%
- B. 88%
- C. 22%
- D. 33%
- E. 67%

34. Calcula la integral:

$$\int (5x^4 - 3x^{-4} + 1) dx.$$

- A. $x^5 + x^{-3} + x + C$
- B. $20x^3 + 12x^{-5} + C$
- C. $5x^5 - 3x^{-3} + x + C$
- D. $20x^3 - 12x^{-5} + C$
- E. $x^4 + \frac{3}{5}x^{-5} + x + C$

35. ¿Qué tanto por ciento de $80\frac{1}{3}$ es $20\frac{1}{12}$?

- A. 10%
- B. 25%
- C. 15%
- D. 20%
- E. 30%

36. Un banco ofrece el 5% de interés semestral. ¿Cuánto esperas tener en este banco en un año, si depositaste \$1 000.00 y no retiraste los intereses?

- A. \$1 050.00
- B. \$1 102.50
- C. \$1 100.00
- D. \$1 210.50
- E. \$1 100.50

37. Calcula el valor numérico de la expresión $\frac{3m^2}{\sqrt{2n}}$, cuando $m = -3$; $n = 2$.

- A. $\frac{27}{2}$
- B. $\frac{9}{4}$
- C. $-\frac{27}{2}$
- D. $\frac{9}{2}$
- E. $\frac{12}{2}$

38. Si x es un entero negativo, ¿cómo se ordenan j , k , l de menor a mayor?

$$\begin{aligned}j &= 1 - x; \\k &= x - 1; \\l &= (1 - x) + (x - 1).\end{aligned}$$

- A. $k < j < l$
- B. $k < l < j$
- C. $l < j < k$
- D. $j < k < l$
- E. $l < k < j$

39. El mínimo común múltiplo (mcm) de los números 30, 20 y 50 es _____.

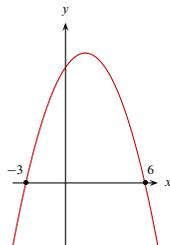
- A. 10
- B. 50
- C. 20
- D. 300
- E. 30 000

40. Al eliminar los paréntesis en la expresión $-[(a+b)-(2a-b)]-(2a-b)$, el resultado es _____.

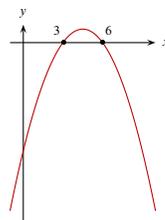
- A. $-a + b$
- B. $a - 2b$
- C. $-a - b$
- D. $a - b$
- E. $-a + 2b$

41. La gráfica de la parábola definida por la ecuación $y = x^2 - 3x - 18$ está representada en la opción _____.

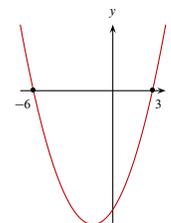
A.



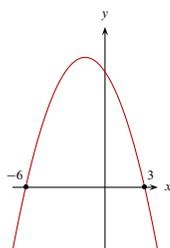
C.



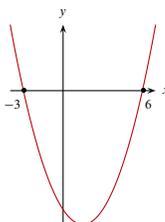
E.



B.



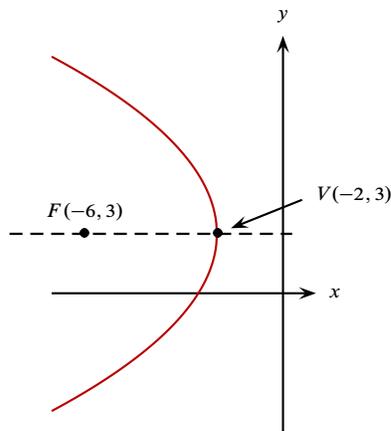
D.



42. El valor que se obtiene de $\left[\left(\frac{2}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3}$ es _____.

- A. $\frac{1}{4}$
- B. $\frac{1}{8}$
- C. 4
- D. 8
- E. 2

43. Determinar la ecuación de la parábola de la siguiente figura:



- A. $y^2 - 6y + 16x - 41 = 0$
- B. $y^2 - 6y + 16x + 41 = 0$
- C. $y^2 - 6y + 16x + 40 = 0$
- D. $y^2 - 6y + 16x + 43 = 0$
- E. $y^2 - 6y + 16x - 40 = 0$

44. Considere $x = -\frac{1}{2}$. Al ordenar los números x, x^2, x^3 de menor a mayor, se obtiene _____.

- A. $x^3 < x^2 < x$
- B. $x < x^2 < x^3$
- C. $x < x^3 < x^2$
- D. $x^2 < x < x^3$
- E. $x^3 < x < x^2$

45. ¿Cuál es el resultado de sumar el polinomio $x^3y + 5x^2y^2 - 3xy^3$ con el polinomio $7xy^3 - 3x^2y^2 - 2x^3y$?

- A. $8x^3y + 2x^2y^2 - 5xy^3$
- B. $6x^3y - 6x^2y^2 - xy^3$
- C. $-3x^3y + 8x^2y^2 + 10xy^3$
- D. $x^3y - 2x^2y^2 - 4xy^3$
- E. $-x^3y + 2x^2y^2 + 4xy^3$

46. El resultado de $\frac{8x^3 - 27}{2x - 3}$ es _____.
- A. $4x^2 - 6x + 9$
 - B. $4x^2 - \frac{27}{2x} - \frac{8x^3}{3} + 9$
 - C. $4x^2 + 9$
 - D. $4x^2 + 6x + 9$
 - E. $-4x^2 - 6x - 9$
47. Al dividir el polinomio $x^3 + 6x^2 - 6x - 45$ entre el polinomio $x + 3$, el resultado es _____.
- A. $x^2 + 3x - 15$
 - B. $x^2 - 6x + 75$
 - C. $x^2 + 12x - 45$
 - D. $x^2 + 9x + 45$
 - E. $x^2 - 2x + 15$
48. Al calcular $\sqrt{(a + b)^2 - a^2}$, se obtiene _____.
- A. $b(2a + b)$
 - B. $\sqrt{b^2 - a^2}$
 - C. b
 - D. $\sqrt{2ab} + b$
 - E. $\sqrt{2ab + b^2}$
49. El producto $(x - 5)(x - 3)(x + 5)(x + 3)$ es igual a _____.
- A. $x^4 - 16x^2 + 225$
 - B. $x^4 - 5x^3 - 24x^2 + 75x + 225$
 - C. $x^4 - 10x^3 + 16x^2 + 90x - 225$
 - D. $x^4 - 6x^3 - 16x^2 + 150x - 225$
 - E. $x^4 - 34x^2 + 225$
50. Al factorizar $36a^2 - 4b^2$, se obtiene _____.
- A. $(6a + 2b)^2$
 - B. $(6a - 2b)^2$
 - C. $(36a + 4b)(a - b)$
 - D. $(36a - 4b)(a + b)$
 - E. $(6a - 2b)(6a + 2b)$

51. La fracción algebraica $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 15}$ es igual a _____.

A. $\frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)(x+5)}$

B. $\frac{(x+3)(x-2)}{(x-3)(x+5)}$

C. $\frac{(x-3)(x+2)}{(x+3)(x-5)}$

D. $\frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)(x-5)}$

E. $\frac{(x+3)(x-2)}{(x+3)(x-5)}$

52. La expresión $x^8 - y^{16}$ puede escribirse como _____.

A. $(x^8 + y^8)(1 - y^8)$

B. $(x^8 - y^8)(1 - y^8)$

C. $(x^4 - y^{16})(x^4 + 1)$

D. $(x^4 + y^{16})(x^4 - 1)$

E. $(x^4 + y^8)(x^4 - y^8)$

53. Al factorizar la expresión $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$, el resultado que se obtiene es _____.

A. $(2x - 3)^2(2x - 3)$

B. $(3x - 2)^2(3x + 2)$

C. $(2x - 3)^2(3x + 2)$

D. $(3x - 2)^2(2x - 3)$

E. $(3x - 2)^2(3x - 2)$

54. ¿Cuál es el resultado de reducir la fracción $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{c} + 1}$ a su forma más simple?

A. $\frac{a + b + c}{abc}$

B. $\frac{a + b}{c + 1}$

C. $\frac{c(b + a)}{ab(1 + c)}$

D. $\frac{1 + c}{a + b}$

E. $\frac{(1 + c)(b + a)}{abc}$

55. El resultado de simplificar la fracción algebraica $\frac{-5x^3y - 20xy^2}{x^2 + 4y}$ es _____.

- A. $-5xy$
- B. $-x^2 - 4y$
- C. $-x^2 - 4y^2$
- D. $-xy$
- E. $x + 4y^2$

56. La expresión $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ es igual a _____.

- A. $\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1)}$
- B. 3
- C. $\frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - 1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{3}-1)}$
- D. $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1)}$
- E. $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \frac{1}{2}$

57. El resultado de simplificar la expresión $\frac{x^3 + 8}{x + 2}$ es _____.

- A. $x^2 + 2x - 4$
- B. $(x + 2)^2$
- C. $x^2 - 2x - 4$
- D. $x^2 - 2x + 4$
- E. $x^2 + 4$

58. Al simplificar la fracción $\frac{18a^2bc^3}{2ac^5}$, se obtiene _____.

- A. $18 \frac{a^2b}{c^2}$
- B. $18 \frac{ab}{c^2}$
- C. $9 \frac{ab}{c^2}$
- D. $9 \frac{ab}{c}$
- E. $9 \frac{a^2}{c^2}$

59. Laura gasta un tercio de su salario al pagar la renta; utiliza una quinta parte de lo que le pagan para comprar comida. Con esfuerzos ahorra la décima parte de su sueldo. También destina una décima parte de su salario para pagar transporte. Si después de cubrir todos sus gastos, le quedan \$800.00, ¿cuánto gana Laura?

- A. \$1 800
- B. \$2 400
- C. \$4 000
- D. \$1 100
- E. \$3 000

60. ¿Cuál es el valor de k de forma que la recta $x - ky = 10$ pase por el punto $(0, -5)$?

- A. 10
- B. 2
- C. -1
- D. $\frac{1}{2}$
- E. -2

61. Hay 12 manzanas más que naranjas en una canasta con 36 frutas de estos dos tipos. ¿Cuáles ecuaciones utilizarías para saber cuántas frutas de cada tipo hay?

(m = número de manzanas, n = número de naranjas.)

1. $12m + n = 36$
2. $m + n = 36$
3. $m - 12n = 36$
4. $m + n = 12$
5. $m - n = 12$

- A. 2 y 5
- B. 1 y 5
- C. 3 y 4
- D. 2 y 4
- E. 3 y 5

62. El ángulo A es uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo. Si $\tan A = \frac{4}{3}$, entonces el valor de $\sin A$ es _____.

- A. $\frac{3}{5}$
- B. $\frac{4}{5}$
- C. $\frac{3}{4}$
- D. $\frac{5}{3}$
- E. $\frac{5}{4}$

63. Las soluciones de la ecuación $x^2 - 10ax + 9a^2 = 0$ son _____.

- A. $x_1 = a, \quad x_2 = a$
- B. $x_1 = a, \quad x_2 = 9a$
- C. $x_1 = 3a, \quad x_2 = 0$
- D. $x_1 = 4.5a, \quad x_2 = 3a$
- E. $x_1 = 3a, \quad x_2 = 5a$

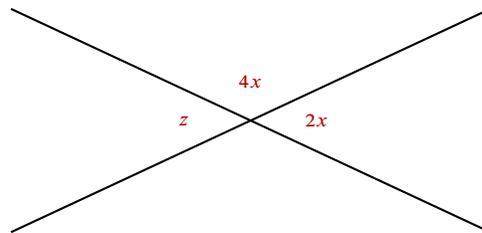
64. La solución de la ecuación $\frac{4}{x-2} - \frac{4}{3x-6} = -\frac{8}{3}$ es _____.

- A. 0
- B. 2
- C. -2
- D. -1
- E. 1

65. Un tanque cilíndrico tiene una altura igual al doble de su radio. Si el volumen del tanque es $V = 16 \text{ m}^3$, ¿cuánto mide su área lateral?

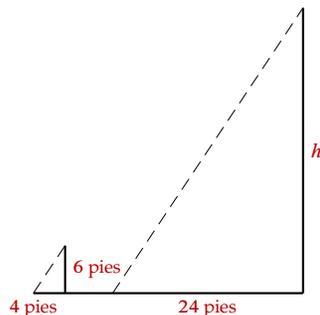
- A. $16\sqrt[3]{\pi^2}$
- B. $8\sqrt[3]{\pi^2}$
- C. 8π
- D. $4\sqrt[3]{\pi}$
- E. $16\sqrt[3]{\pi}$

66. En el siguiente diagrama, ¿cuál es el valor en grados del ángulo z ?

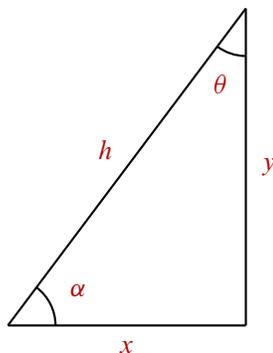


- A. 30°
- B. 100°
- C. 60°
- D. 80°
- E. 40°

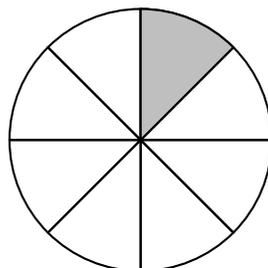
67. Un joven mide 6 pies de altura y su sombra mide 4 pies de longitud; si la sombra de un árbol mide 24 pies de largo, ¿qué altura tiene el árbol?



- A. 30 pies
 B. 26 pies
 C. 36 pies
 D. 24 pies
 E. 28 pies
68. Del siguiente triángulo rectángulo, la identidad trigonométrica falsa es _____.

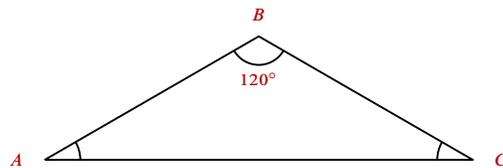


- A. $\cot \alpha = \frac{x}{y}$
 B. $\sec \theta = \frac{y}{h}$
 C. $\csc \alpha = \frac{h}{y}$
 D. $\tan \theta = \frac{x}{y}$
 E. $\csc \theta = \frac{h}{x}$
69. La figura muestra un círculo de área igual a 25π , dividido en 8 partes iguales. ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada?



- A. $5 \left(3 + \frac{\pi}{4} \right)$
- B. $5 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)$
- C. $5 \left(2 + \frac{\pi}{4} \right)$
- D. $5 \left(2 + \frac{\pi}{8} \right)$
- E. $5 \left(1 + \frac{\pi}{8} \right)$

70. En el siguiente triángulo isósceles, determine el valor del ángulo A en radianes:

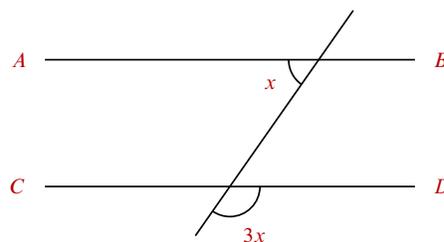


- A. $\frac{\pi}{12}$ rad
- B. π rad
- C. $\frac{\pi}{6}$ rad
- D. 30π rad
- E. $\frac{\pi}{3}$ rad

71. Determinar la ecuación de la circunferencia si $A(-2, 3)$ y $B(4, -5)$ son los extremos de uno de sus diámetros.

- A. $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 23 = 0$
- B. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$
- C. $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 = 0$
- D. $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$
- E. $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 27 = 0$

72. Los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} mostrados en el siguiente esquema son paralelos. El valor del ángulo x en grados es _____.



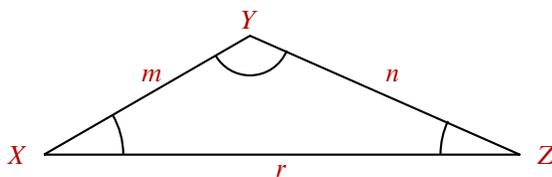
- A. 22.5°
- B. 40.5°
- C. 55°
- D. 35.5°
- E. 45°

73. Elige la opción que completa la identidad trigonométrica

$$\cos(a + b) = \cos a \underline{\hspace{1cm}} - \text{sen } b \underline{\hspace{1cm}}.$$

- A. $\text{sen}(a - b), \cos(a - b)$
- B. $\cos(b - a), \text{sen}(a - b)$
- C. $\text{sen } a, \cos b$
- D. $\cos(a - b), \text{sen}(a - b)$
- E. $\cos b, \text{sen } a$

74. La ecuación que determina el valor de n en la figura es _____.



- A. $\frac{n}{\text{sen } Z} = \frac{m}{\text{sen } X}$
- B. $\frac{r}{\text{sen } Y} = \frac{n}{\text{sen } X}$
- C. $\frac{m}{\text{sen } Z} = \frac{n}{\text{sen } Y}$
- D. $\frac{r}{\text{sen } X} = \frac{n}{\text{sen } Z}$
- E. $\frac{r}{\text{sen } Z} = \frac{n}{\text{sen } Y}$

75. Al racionalizar $\frac{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}{h}$, se obtiene _____.

- A. $\frac{h}{\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x}}$
- B. $\frac{1}{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}$
- C. $\frac{h}{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}$
- D. $\frac{1}{\sqrt{4x+h}}$
- E. $\frac{1}{\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x}}$

76. Considera el segmento de recta cuyos extremos son los puntos $E(-2, -1)$, $G(3, 9)$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto P que divide el segmento EG en la razón $\frac{1}{3}$?

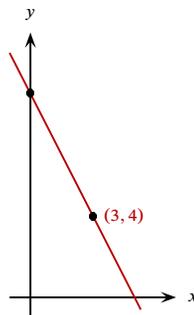
- A. $P\left(\frac{1}{2}, 4\right)$
- B. $P\left(-\frac{5}{3}, -\frac{10}{3}\right)$
- C. $P\left(\frac{1}{3}, \frac{8}{3}\right)$
- D. $P\left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$
- E. $P\left(-\frac{5}{2}, -5\right)$

77. De las siguientes ecuaciones, selecciona aquellas que son rectas paralelas entre sí.

1. $y = \frac{5}{3}x + 1$
2. $y = \frac{3}{5}x + 2$
3. $y = -\frac{3}{5}x + 3$
4. $y = \frac{5}{3}x + 4$
5. $y = -\frac{5}{3}x + 4$

- A. 2 y 5
- B. 2 y 3
- C. 3 y 4
- D. 1 y 4
- E. 1 y 2

78. Si la pendiente de la recta mostrada en la figura es -2 , ¿cuánto vale su ordenada al origen?



- A. 7
- B. 3
- C. 11
- D. 10
- E. 4

79. Determinar el punto de intersección de las rectas, cuyas ecuaciones son:

$$3x - 2y = -11;$$

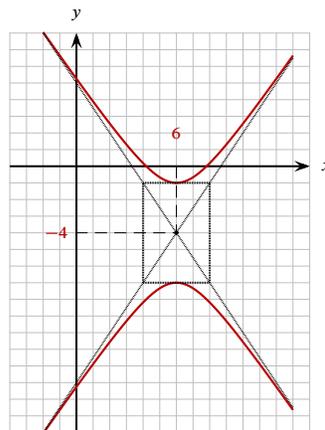
$$2x + y = 2.$$

- A. $(-1, 4)$
- B. $(3, -1)$
- C. $(1, 4)$
- D. $(4, -1)$
- E. $(-3, 1)$

80. Si los focos de una elipse son los puntos $(3, 8)$ y $(3, 2)$, y la longitud de su eje menor es 8, la ecuación de la elipse es _____.

- A. $\frac{(x-3)^2}{16} - \frac{(y-5)^2}{9} = 1$
- B. $\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-5)^2}{16} = 1$
- C. $\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1$
- D. $\frac{(x-3)^2}{9} - \frac{(y-5)^2}{16} = 1$
- E. $\frac{(x+3)^2}{16} - \frac{(y+5)^2}{9} = 1$

81. ¿Cuál es la ecuación de la hipérbola de la siguiente gráfica?



- A. $\frac{(x-6)^2}{9} - \frac{(y+4)^2}{4} = 1$
- B. $-\frac{(x+4)^2}{9} + \frac{(y-6)^2}{4} = 1$
- C. $-\frac{(x-6)^2}{4} + \frac{(y+4)^2}{9} = 1$
- D. $\frac{(x+4)^2}{4} + \frac{(y-6)^2}{9} = 1$
- E. $-\frac{(x-6)^2}{9} + \frac{(y+4)^2}{4} = 1$

82. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3, -1)$ y es perpendicular a la recta:

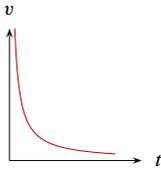
$$3x + 2y - 4 = 0.$$

- A. $3x + 2y - 7 = 0$
 - B. $2x - 3y - 9 = 0$
 - C. $3x + 2y + 11 = 0$
 - D. $2x - 3y - 5 = 0$
 - E. $2x + 3y + 5 = 0$
83. La derivada con respecto a x de la función $y = (3x + 1)^2$ es _____.
- A. $3x + 1$
 - B. $6x + 2$
 - C. $3x + 2$
 - D. $6x + 3$
 - E. $18x + 6$
84. Un corredor olímpico logra una velocidad promedio de 10 metros por segundo en la carrera de 100 metros planos. ¿Cuál es esa velocidad expresada en kilómetros por hora?
- A. 3.6 km/h
 - B. 6.6 km/h
 - C. 36 km/h
 - D. 16 km/h
 - E. 6.3 km/h
85. Si 1 kilogramo (kg) equivale a 2.20 libras (lb), calcula el equivalente de la masa de un cuerpo de 2.20 kg, en libras.
- A. 4.40 lb
 - B. 4.20 lb
 - C. 1.00 lb
 - D. 2.20 lb
 - E. 4.84 lb
86. ¿Cuántos m^3 son 1 200 cm^3 ?
(1 $m^3 = 1\,000\,000\,cm^3$.)
- A. 12 m^3
 - B. 0.12 m^3
 - C. 0.012 m^3
 - D. 0.0012 m^3
 - E. 1.2 m^3

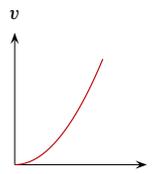
87. La propiedad de los cuerpos por la que tienden a permanecer en su estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme, se llama _____.
- A. velocidad
 - B. inercia
 - C. fuerza
 - D. equilibrio
 - E. aceleración
88. Si un objeto cambia su velocidad de 8 m/s a 16 m/s en 4 s, su aceleración media es de _____.
- A. 8 m/s^2
 - B. 4 m/s^2
 - C. 1 m/s^2
 - D. 2 m/s^2
 - E. 5 m/s^2
89. Un objeto de 1 kg de masa se deja caer desde un puente y su tiempo de caída libre es de 2 s. Otro objeto del doble de masa se deja caer en las mismas condiciones, y su tiempo de caída libre es _____.
- A. 1 s
 - B. 4 s
 - C. 9.8 s
 - D. 0.5 s
 - E. 2 s
90. Un objeto describe una trayectoria circular recorriendo un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ radianes (rad) en 2 segundos (s). ¿Cuál es su velocidad angular media?
- A. $2\pi \text{ rad/s}$
 - B. $4\pi \text{ rad/s}$
 - C. $\frac{\pi}{4} \text{ rad/s}$
 - D. $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$
 - E. $\pi \text{ rad/s}$
91. ¿Cuál o cuáles de los siguientes ejemplos representan movimientos circulares uniformes?
- 1 El de un proyectil
 - 2 El de la rueda de la fortuna
 - 3 El de un columpio
- A. 2
 - B. 1
 - C. 1 y 2
 - D. 2 y 3
 - E. 3

92. La gráfica de velocidad (v) contra tiempo (t), para un objeto que se mueve con aceleración positiva constante, es _____.

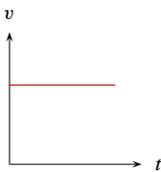
A.



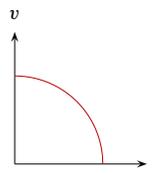
C.



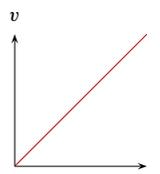
B.



D.



E.



93. La suma de la energía _____ y la energía _____ de un cuerpo se denomina energía _____.

- A. eléctrica – potencial – mecánica
- B. mecánica – cinética – potencial
- C. potencial – mecánica – cinética
- D. cinética – potencial – mecánica
- E. cinética – eléctrica – potencial

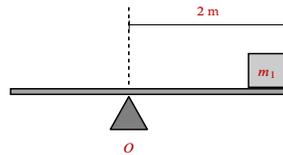
94. Debido a la inercia de los cuerpos, un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción _____.

- A. se desacelera
- B. se acelera
- C. aumenta su velocidad
- D. conserva su estado de movimiento
- E. cambia su estado de movimiento

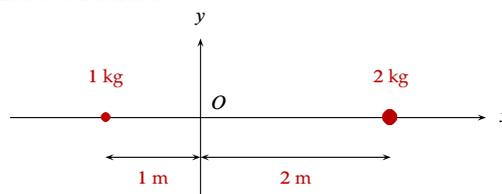
95. Un objeto de masa m cuelga de una cuerda que ejerce una tensión $T = mg/2$. ¿Cuál es la aceleración del objeto?

- A. $\frac{g}{2}$ hacia arriba
- B. g hacia abajo
- C. $2g$ hacia abajo
- D. g hacia arriba
- E. $\frac{g}{2}$ hacia abajo

96. Un vector tiene una magnitud de 3 unidades, y otro perpendicular al primero tiene una magnitud de 4 unidades. ¿Cuál es la magnitud del vector suma o resultante de ellos?
- 4 unidades
 - 1 unidad
 - 5 unidades
 - 6 unidades
 - 25 unidades
97. Al soportar un objeto por su centro de gravedad, el objeto: _____.
- cae a velocidad constante
 - oscila alrededor de un eje horizontal
 - se encuentra en equilibrio estable
 - cae aceleradamente
 - se encuentra en equilibrio inestable
98. Un objeto de masa $m_1 = 40 \text{ kg}$ se coloca a una distancia de 2 m del punto de apoyo O sobre la viga de peso despreciable mostrada en la figura. La distancia, medida a partir del punto O , a la que deberá colocarse otro objeto de masa $m_2 = 80 \text{ kg}$ para que la viga se mantenga en posición horizontal y en equilibrio, es _____.



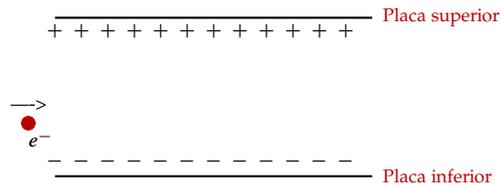
- 1 m
 - 2 m
 - 4 m
 - 0 m
 - 0.25 m
99. El centro de masa del sistema de partículas, mostrado en la figura, está sobre el eje x , a _____ metros del origen O del sistema coordenado.



- $-\frac{3}{5}$
- $\frac{3}{5}$
- $-\frac{5}{3}$
- 0
- 1

100. Si nos paramos sobre una báscula de baño en un elevador y de pronto su cable se rompe (con lo que el elevador cae libremente), la lectura de la báscula _____ .
- A. se va a cero
 - B. depende de nuestra masa
 - C. se mantiene igual
 - D. aumenta
 - E. disminuye
101. Al enunciado “La presión aplicada a un fluido contenido en un recipiente se transmite íntegramente a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente”, se le conoce como _____ .
- A. principio de Arquímedes
 - B. principio de Pascal
 - C. ley de Conservación de la Materia
 - D. ley de Continuidad
 - E. principio de Bernoulli
102. ¿Cuál es la densidad de un objeto de 0.02 kg de masa y cuyo volumen es 0.001 m³?
- A. 20 gr/m³
 - B. 2 kg/m³
 - C. 20 kg/m³
 - D. 0.2 gr/m³
 - E. 200 kg/m³
103. Un cuerpo se carga eléctricamente debido a la _____ de _____ .
- A. transferencia – átomos
 - B. generación – electrones
 - C. transferencia – protones
 - D. generación – protones
 - E. transferencia – electrones
104. La carga total de un sistema cerrado se _____ .
- A. pierde
 - B. destruye
 - C. conserva
 - D. reduce
 - E. incrementa

105. Dos placas metálicas se colocan como se indica en el dibujo:



La placa superior está cargada positivamente y la inferior negativamente. Si hacemos pasar un electrón entre las dos placas, ¿cuál es la dirección de la fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón?

- A. Hacia arriba
 - B. Hacia abajo
 - C. Hacia la izquierda
 - D. Hacia la derecha
 - E. En 45° dirección norte
106. Una carga $q = 1 \text{ C}$ se encuentra a una distancia $d = 0.1 \text{ m}$ de otra carga $q' = -2 \text{ C}$. Calcula la fuerza eléctrica entre ellas.
(Considera que $K = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.)
- A. 20 N
 - B. -20 N
 - C. 200 N
 - D. 0.02 N
 - E. -200 N
107. Dos cargas se encuentran separadas por una distancia de 10 cm. ¿A qué distancia habrá que colocarlas para que la magnitud de su fuerza eléctrica se cuadruple?
- A. 2.5 cm
 - B. 2 cm
 - C. 40 cm
 - D. 20 cm
 - E. 5 cm
108. El yodo es un elemento que con el aumento de temperatura cambia de estado sólido a estado gaseoso; a este proceso se le conoce como _____.
- A. Fusión
 - B. Condensación
 - C. Evaporación
 - D. Sublimación
 - E. Solidificación

109. La densidad de 1.0 g de cobre puro es de 8.94 g/cm^3 . ¿Cuál es la densidad de 100 g de cobre?
- A. 0.894 g/cm^3
 - B. 8.94 g/cm^3
 - C. 894 g/cm^3
 - D. 89.4 g/cm^3
 - E. 0.0894 g/cm^3
110. Un átomo neutro de fósforo $^{31}_{15}\text{P}$ tiene _____ protones, _____ neutrones y _____ electrones.
- A. 15, 16, 15
 - B. 15, 31, 15
 - C. 15, 31, 16
 - D. 16, 15, 31
 - E. 31, 16, 15
111. Los isótopos son átomos de un mismo elemento con _____.
- A. igual número de neutrones e igual número de masa
 - B. igual número de protones y diferente número de masa
 - C. igual número de protones e igual número de neutrones
 - D. igual número de nucleones y diferente número de masa
 - E. igual número de protones y diferente número atómico
112. El número de electrones del $^{14}_7\text{N}^{+1}$ es _____.
- A. 6
 - B. 7
 - C. 8
 - D. 14
 - E. 15
113. En la formación de un compuesto iónico, el catión es un átomo o molécula que ha _____ uno o más de sus _____ de valencia.
- A. perdido – protones
 - B. perdido – electrones
 - C. ganado – electrones
 - D. compartido – electrones
 - E. ganado – protones

114. Se tiene carbonato de calcio, cuya fórmula química es CaCO_3 . El peso atómico del carbono es 12 g, el del oxígeno 16 g y el del calcio 40 g. La cantidad de gramos de cada elemento en 1 000 g de CaCO_3 es _____ de carbono, _____ de oxígeno y _____ de calcio.

- A. 12 g, 48 g, 40 g
- B. 48 g, 12 g, 48 g
- C. 160 g, 80 g, 200 g
- D. 120 g, 480 g, 400 g
- E. 130 g, 40 g, 100 g

115. Para el cloro (Cl) y el ión cloruro (Cl^{1-}) puede afirmarse que ambos tienen:

1. Mismo número de protones
2. Mismo número de neutrones
3. Mismo número de electrones
4. Diferente número de protones
5. Diferente número de neutrones
6. Diferente número de electrones

- A. 1, 2, 6
- B. 2, 3, 4
- C. 1, 3, 5
- D. 2, 5, 6
- E. 1, 2, 3

116. Acetileno es el nombre común del compuesto C_2H_2 . ¿Cuál es su nombre químico?

- A. Metino
- B. Etino
- C. Etano
- D. Eteno
- E. Meteno

117. Relaciona las fórmulas de los compuestos de la columna izquierda con sus respectivos nombres en la columna derecha:

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| 1. H_2SO_4 | a. Sulfato ácido |
| 2. H_2SO_3 | b. Ácido sulfúrico |
| 3. H_2S | c. Ácido sulfhídrico |
| | d. Sulfuro ácido |
| | e. Ácido sulfuroso |
| | f. Ácido hiposulfuroso |

- A. 1b, 2a, 3e
B. 1b, 2e, 3c
C. 1c, 2f, 3b
D. 1b, 2f, 3c
E. 1a, 2c, 3d

118. Completa la siguiente reacción: $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{NaOH} \longrightarrow \text{_____} + \text{_____}$.

- A. $\text{Na}_2\text{O} + \text{SO}_2$
B. $\text{Na}_2\text{SO}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$
C. $\text{Na}_2\text{S} + \text{H}_2\text{O}$
D. $\text{NaOH} + \text{H}_2\text{O}$
E. $\text{Na} + \text{H}_2\text{O}$

119. El número de oxidación del azufre en el sulfito de sodio, Na_2SO_3 es _____.

- A. +4
B. -4
C. -6
D. +2
E. +6

120. De las siguientes reacciones, ¿cuáles son de combustión?

- $2\text{C}_4\text{H}_{10} + 13\text{O}_2 \longrightarrow 8\text{CO}_2 + 10\text{H}_2\text{O} + \text{energía}$
- $2\text{MnO}_4^- + 5\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 + 6\text{H}^+ \longrightarrow 2\text{Mn}^{+3} + 10\text{CO}_2 + 8\text{H}_2\text{O}$
- $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \longrightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 890 \text{ kJ/mol}$
- $2\text{Mn}(\text{CO})_5 + 7\text{O}_2 \longrightarrow 2\text{MnO}_2 + 10\text{CO}_2$
- $6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} + \text{energía solar} \longrightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2$

- A. 1 y 3
B. 1 y 4
C. 2 y 5
D. 1 y 5
E. 2 y 4

3. Soluciones

1. A	31. D	61. A	91. A
2. C	32. B	62. B	92. E
3. D	33. C	63. B	93. D
4. C	34. A	64. E	94. D
5. B	35. B	65. E	95. E
6. D	36. B	66. C	96. C
7. E	37. A	67. C	97. C
8. A	38. B	68. B	98. A
9. C	39. D	69. C	99. E
10. B	40. C	70. C	100. A
11. D	41. D	71. C	101. B
12. A	42. D	72. E	102. C
13. A	43. B	73. E	103. E
14. A	44. C	74. B	104. C
15. D	45. E	75. E	105. A
16. A	46. D	76. D	106. E
17. B	47. A	77. D	107. E
18. C	48. E	78. D	108. D
19. C	49. E	79. A	109. B
20. B	50. E	80. C	110. A
21. A	51. A	81. C	111. B
22. D	52. E	82. B	112. A
23. E	53. A	83. E	113. B
24. B	54. C	84. C	114. D
25. E	55. A	85. E	115. A
26. C	56. A	86. D	116. B
27. B	57. D	87. B	117. B
28. C	58. C	88. D	118. B
29. A	59. E	89. E	119. A
30. C	60. B	90. C	120. A

4. Desarrollos

1. El tema del texto es _____.

▼ La respuesta es **A**

De principio a fin se desarrolla en el texto una idea que lo sostiene: el contraste entre equilibrio y desequilibrio ecológico, pero con énfasis en el papel que el hombre desempeña al respecto.

Aquí debemos considerar que:

El tema del texto es la idea directriz que lo atraviesa. Dicho de otra manera, es la columna vertebral en que se sostienen los conceptos textuales básicos: sus ideas principales. Para que un texto sea coherente² deben vincularse adecuadamente sus contenidos, siempre en relación con el tema, que se considera como el motor que lleva la progresión del texto.

□

2. El argumento del autor es que _____.

▼ La respuesta es **C**

El argumento del autor tiene que ver con su afirmación sobre que hay distintos puntos de equilibrio que pueden variar con la estructura de la comunidad y que la acción del hombre puede generar otro tipo de sistemas con mayor diversidad.

Ahora es preciso tener en cuenta lo siguiente:

El argumento es el asunto que el autor desarrolla en relación con el tema para afirmar su punto de vista. Tal asunto debe basarse en razonamientos encaminados a demostrar el punto de vista propuesto; a eso se llama argumentación.³

Argumentar no es sólo convencer, hacer creer, descubrir lo verdadero; sino también influir, o sea, lograr provocar reacciones en el receptor de determinado texto.

□

3. ¿En qué radica el desequilibrio ecológico por la acción humana?

▼ La respuesta es **D**

Esta respuesta se halla en el texto, y se puede llegar a ella siguiendo la información⁴ que se da en el texto respecto a lo que representa la acción del hombre contemporáneo para el desequilibrio ecológico.

□

2. La coherencia tiene que ver con la lógica textual. La progresión del tema en el texto se consigue vinculando con él las distintas ideas, por medio de la relación entre los elementos antecedentes con los subsecuentes; es decir, entre lo conocido y lo novedoso.

3. La argumentación es un tipo de discurso que, con el propósito de convencer o persuadir, presenta opiniones, ideas o hechos relacionados con un tema específico.

4. La recuperación de información es un modelo de lectura que visualiza la mente humana como una computadora la cual recibe una entrada de información que después de esa lectura recuperará, en secuencias aproximadas, a la entrada original. Esta modalidad de lectura es necesaria para iniciar el proceso de comprensión, pero debe ser complementada con otras operaciones importantes como la inferencia que consiste en deducir y derivar ideas no expresadas en el texto.

4. De acuerdo con el contexto, ¿qué se entiende por mecanismos homeostáticos?

▼ La respuesta es C

Dado que en el primer párrafo del texto se dejó claro que la homeostasis es el equilibrio que mantienen las fuerzas de la naturaleza, se puede inferir⁵ que los mecanismos homeostáticos son los que permiten conseguir tal equilibrio.

□

5. Decide qué letra (c, s, z) debe ocupar los espacios en blanco que aparecen en algunas de las palabras del siguiente texto:

El pianista se sienta, tose por preji__io y se con__entra un instante. Las lu__es de ra__imo que alumbran la sala, declinan lentamente hasta detenerse en un resplandor morte__ino de bra__a, al tiempo que una fra__e mu__ical comien__a a subir en silen__io, a desenvolverse clara, estrecha y juiciosamente caprichosa.

▼ La respuesta es B

En el párrafo que has completado con las consonantes (c, s, z), las palabras correctas son: “prejuicio, concentra, luces, racimo, mortecino, brasa, frase, musical, comienza, silencio”.

Es preciso decir que no toda la escritura de palabras obedece a reglas específicas de ortografía,⁶ hay casos que se explican acudiendo a la derivación,⁷ pero hay otros en que no hay una motivación lingüística dentro del español para que algún vocablo se escriba de tal forma, como lo veremos en algunos casos de la siguiente explicación:

- Prejuicio es una palabra derivada de “juicio”, por lo que debe conservar la ortografía de la palabra primitiva de la que procede, además el sufijo “cio”, es decir, la terminación, se escribe con (c) en casos como: artificio, beneficio, anuncio, con excepciones tales como “adefesio”.
- Concentra es una inflexión verbal derivada de “centro”, cuya sílaba “cen” se escribe con (c), por tal razón se conserva la ortografía.
- Luces se escribe con (c), por ser el plural de una palabra terminada en (z) (luz: luces).
- Racimo, del latín *racemus*.
- Mortecino es una palabra derivada de muerte, con el sufijo “cino” significa que tiene aspecto de muerto, apagado.
- Brasa es un término de origen incierto, latino o prerromano. Tal vez del germano *brasa*, fuego, o bien del flamenco *braise*, leña o carbón encendido.
- Frase proviene del griego *phrasis*, *phraseo*, que significa hablar.
- Musical es un adjetivo derivado de música, por lo que conserva la ortografía de la palabra primitiva.
- Comienza es una forma verbal derivada del sustantivo “comienzo” por lo que conserva la (z) de la palabra original.
- Silencio es un vocablo que se agrupa con palabras terminadas en “cia, cie, cio”, como delicia, planicie, necio; con excepciones como anestesia, biopsia, Asia.

□

5. La inferencia es una operación consistente en deducir un significado a partir de otro u otros que aparezcan en el mismo contexto. Permite relacionar en forma lógica información conocida con la que puede deducirse a partir de ella.

6. La ortografía es la rama del estudio lingüístico que norma el uso adecuado de las letras y de las reglas combinatorias para escribir correctamente las palabras y para utilizar de manera sistemática los signos de puntuación y los acentos.

7. La derivación es una de las modalidades para la formación de palabras en español. Consiste en la creación de una palabra, añadiéndole un prefijo o un sufijo: juzgar - prejulgar; vegetales - vegetariano.

6. Marca con (c) si la sintaxis de las siguientes oraciones es correcta, o bien con (i) si es incorrecta.

1. Mi profesora ha sido sustituida por su enfermedad
2. México es un país con serios problemas
3. Se golpeó cayéndose del caballo
4. El padre habla a sus hijos de otros planetas
5. Nació en la Ciudad de México siendo un gran pianista
6. El día de su nacimiento hubo una gran fiesta

▼ La respuesta es D

En las oraciones incorrectas del ejemplo, los errores son sintácticos.⁸

En la oración 1, es incorrecto el uso de la preposición “por”, debido a que expresa cambio y no causa. Lo correcto sería: “La profesora ha sido sustituida debido a su enfermedad”.

En la oración 3, el gerundio “cayéndose” está empleado para expresar consecuencia, lo que es incorrecto. La forma adecuada sería: “Se golpeó al caer del caballo”.

En la oración 4, la preposición “de” contribuye a que el lector entienda que los hijos son de otros planetas. Una forma precisa sería: “El padre habla a sus hijos acerca de otros planetas”.

En la oración 5, el gerundio “siendo” está empleado incorrectamente en lugar de que el verbo se conjugue. “Nació en la Ciudad de México y llegó a ser un gran pianista”. El gerundio no puede expresar cualidades.

□

7. Lee con atención el siguiente párrafo y elige los signos de puntuación (coma, punto y coma, punto o dos puntos) que deben colocarse en cada uno de los espacios ocupados por los guiones.

París__19 de noviembre de 1957

Querido señor Germain__

Esperé a que se apagara un poco el ruido que me ha rodeado todos estos días antes de hablarle de todo corazón__ He recibido un honor demasiado grande, que no he buscado ni pedido__ pero cuando

8. La sintaxis es la parte de la gramática que regula las combinatorias de palabras para construir oraciones bien formadas de acuerdo con los patrones de la lengua.

Las principales incorrecciones de la sintaxis oracional pueden ser de tres tipos:

- Debido al uso incorrecto de preposiciones: “bajo mi punto de vista”, en lugar de “desde mi punto de vista”.
- En razón de problemas de concordancia:
 - De género, cuando se combina un sustantivo y un adjetivo de género distinto: “La estructura del texto tiene algunos errores y debe ser corregido”, en lugar de “... debe ser corregida”.
 - De número, cuando se combinan sujetos y verbos de número gramatical distinto: “La mayoría creyeron que era una explosión” en lugar de “La mayoría creyó que era una explosión”.
- Por oraciones mal construidas que conducen a una sintaxis irregular: “Yo, no tienes razón porque...” por “Yo no estoy de acuerdo contigo porque ...”.

Uno de los problemas sintácticos más comunes es el gerundio. El gerundio es una forma verbal auxiliar que expresa una acción de duración limitada que está en proceso de ejecución. Esta forma verbal impersonal puede ser simple o compuesta. Sus terminaciones son “ando”, para los verbos de la primera conjugación y “iendo o yendo”, para los de la segunda y tercera.

Casos de gerundio incorrecto son:

- Cuando indica consecuencia o efecto: “Chocó el tren, sufriendo heridas 30 pasajeros”, en lugar de “Chocó el tren y sufrieron heridas 30 pasajeros”.
- Cuando es empleado como adjetivo: “Abrimos una caja, conteniendo 100 libros”, en lugar de “Abrimos una caja que contenía 100 libros”.
- Cuando se usa un gerundio en lugar de un verbo conjugado: “El 30% de la población se encuentra en la pobreza extrema, destacando los estados de Guerrero, Puebla, y Chiapas”, en lugar de “El 30% de la población se encuentra en pobreza extrema; especialmente los estados de Puebla, Guerrero y Chiapas”.

supe la noticia__ pensé primero en mi madre y después en usted. Sin usted__ sin la mano afectuosa que tendió al niño pobre que era yo__ sin su enseñanza y su ejemplo__ no hubiese sucedido nada de todo esto__ No es que dé demasiada importancia a un honor de este tipo; pero ofrece por lo menos la oportunidad de decirle lo que usted ha sido y sigue siendo para mí, y de corroborarle que sus esfuerzos__ su trabajo y el corazón generoso que usted puso en ello continuarán siempre vivos en uno de sus pequeños escolares que pese a los años__ no ha dejado de ser su alumno agradecido.

Lo abrazo con todas mis fuerzas.

Albert Camus.

▼ La respuesta es **E**

Cuando se enuncia la data⁹ en una carta debe escribirse una coma después del lugar.

Después de las fórmulas de cortesía empleadas en una carta, van dos puntos.

En el cuerpo del texto se emplean punto, punto y coma, y coma con base en las siguientes reglas:

Coma. Se utiliza para marcar pequeñas pausas en el discurso. Algunos de sus usos son:

- Separar elementos de una serie (palabras, frases u oraciones). Cuando separa oraciones puede anteponerse a las conjunciones: “Para realizar su trabajo no sólo consultó periódicos, libros y manuales, sino también recurrió al trabajo de campo. . .”
- Aislar elementos secundarios que aclaran o explican algo sobre el discurso principal: “El niño, cuya madre no vino, tuvo una enorme desilusión”.
- En oraciones elípticas,¹⁰ la coma indica que se ha omitido un elemento: “Los adultos comieron mole; los niños, pollo”.
- Separar el vocativo del resto de la oración: “Profesor, necesitamos de su ayuda. . .”
- Cuando se altera el orden regular al anteponer algún otro elemento al sujeto, se separa con coma: “Después del coloquio, nos veremos. . .”
- Después de los adverbios o locuciones adverbiales (además, por otra parte, asimismo, no obstante, sin embargo, por último, en consecuencia, a pesar de todo, dicho de otra manera, o sea, a la postre. . .), por ejemplo: “Quiso ayudar; sin embargo, no se lo permitieron”.
- Antes de las conjunciones adversativas (sino, mas, pero, aunque), si las oraciones son breves: “Tengo tu libro, mas no se me habría ocurrido que vendrías hoy por él”.

Punto. El punto sirve para señalar en la escritura la mayor pausa que se realiza al hablar, puesto que indica el final de un enunciado. Se emplea punto y seguido para separar frases u oraciones que encierran una idea completa; y el punto y aparte se utiliza para separar párrafos.

Punto y coma. Se usa para separar periodos sintácticos completos, también, en los distintos elementos de una enumeración cuando éstos son construcciones complejas; se suele usar ante las conjunciones adversativas (mas, pero), causales (porque), concesivas (aunque) o ilativas (así) en oraciones largas. Se emplea también entre dos oraciones que expresen ideas contrarias.

Dos puntos. Este signo representa en la escritura una pausa intermedia entre la del punto y la coma. Se utiliza en las fórmulas de cortesía, al inicio de una carta, antes de algunas citas textuales, cuando se anuncia una enumeración, al iniciar una ejemplificación y cuando se unen oraciones que expresan una explicación, una conclusión, o una relación causa–efecto: “Es tu madre: respétala”.

□

9. Data. Nota o indicación del lugar y tiempo en que se hace o sucede algo y especialmente la que se pone al principio o al fin de una carta o de cualquier otro documento. RAE, *Diccionario de la lengua española*, Madrid, 2001.

10. Oraciones elípticas. Son aquellas que presentan omisión de alguno de sus elementos por estar implícito en el contexto.

8. De las siguientes oraciones decide cuál de las dos versiones es la correcta:

1. El niño jugaba alegre en el jardín y tira a su hermanita quien llora sin parar
 2. El niño jugaba alegre en el jardín cuando tiró a su hermanita quien lloró sin parar
1. Se trata de un tipo de palabras con características especial
 2. Se trata de un tipo de palabras con características especiales
1. Vi a tus hermanos en el estadio
 2. Vi tus hermanos en el estadio
1. Nunca supuse que se marchara
 2. Nunca suponía que se marchara

▼ La respuesta es **A**

La mayoría de las oraciones incorrectas son casos de falta de concordancia:¹¹

En el primer par de oraciones, hay falta de concordancia temporal en la oración 1. El copretérito en español es un tiempo que ocurre al lado de otras acciones del pasado, por lo que “jugaba” debe concordar con “tiró”.

En el segundo par de oraciones se observa falta de concordancia de número en la oración 1. Si el sustantivo “características” está en plural, el adjetivo que lo modifica debe escribirse en plural (especiales), de acuerdo con las reglas sintácticas.

En la tercera opción, la oración 2 muestra el uso incorrecto de la preposición “a” por omisión. Cuando el objeto directo (el que recibe directamente la acción expresada por el verbo) es animado, lleva la preposición “a”: “amo a mi hijo”, cuando no, va sin ella: “compro un coche”.

La oración 2 del último par es otro caso de falta de concordancia temporal en el que se combinan incorrectamente dos formas verbales, al unir tiempos que no son compatibles (copretérito de indicativo con pretérito de subjuntivo).

□

9. Distingue en la siguiente lista, la estructura de las palabras, marcando con (c) las compuestas y con (d) las derivadas.

1. Supermercado
2. Florecita
3. Limpiaparabrisas
4. Tragamonedas
5. Albazo

▼ La respuesta es **C**

Como se puede observar, las palabras “supermercado”, “limpiaparabrisas” y “tragamonedas” se pueden separar en dos; en cambio, en el caso de “florecita” y “albazo” vemos que se añadió una terminación (sufijo) a las palabras flor y alba.

La formación de palabras en español tiene dos modalidades principalmente: la composición y la derivación.

¹¹ La concordancia es la semejanza o conformidad entre dos palabras relacionadas sintácticamente en lo que se refiere al género y número, tal es el caso del verbo y el sujeto, o bien, entre sustantivo y adjetivo. También existe lo que se llama concordancia temporal. Al redactar se debe tomar en cuenta el tiempo verbal y el momento al que se alude, antes de conectar otro verbo. Debe haber igualdad temporal entre los verbos relacionados en la oración.

La composición es un procedimiento morfológico¹² de las lenguas para crear nuevas palabras a partir de la unión de lexemas¹³ ya existentes.

La derivación consiste en la creación de una palabra, añadiéndole un prefijo o un sufijo.

Los prefijos y sufijos son elementos gramaticales que no aparecen de manera aislada en la lengua.

El prefijo precede al lexema o raíz, es átono¹⁴ y no modifica la categoría gramatical¹⁵ de la palabra. Ejemplo: hacer → deshacer.

El sufijo, que va después del lexema, es tónico¹⁶ y puede modificar la categoría gramatical e incluso, variar el género del lexema. Ejemplo: animar → animación.

□

10. Elige las opciones que contengan un campo semántico.

1. Sofá, sillón, taburete, banco, silla
2. Amigo, informante, reportero, pariente
3. Libro, recuerdo, frase, informe, cuaderno
4. Blusa, saco, pantalón, falda, abrigo
5. Coche, camión, autobús, tranvía, metro

▼ La respuesta es B

Las palabras que aparecen en las opciones correctas forman campos semánticos porque comparten un rasgo común. En la opción 1 se trata de muebles, en la 4 de ropa y en la 5 de transportes terrestres; a su vez, cada elemento de un campo semántico posee características que lo distingue de los otros: no es lo mismo taburete que sofá, pantalón que falda, o coche que tranvía. Del estudio de estos fenómenos léxicos se ocupa la semántica que analiza los significados de las palabras y de los textos de todas las lenguas.

Un campo semántico está constituido por un grupo de palabras relacionadas por su significado y que comparten ciertas características comunes o referenciales.

Cada lengua tiene su propia manera de parcelar la realidad, es decir, de considerar qué objetos comparten rasgos semánticos y cuáles deben ser considerados en ámbitos diferentes. Y, por tanto, cada lengua elige unos rasgos relevantes y desecha otros. En gran medida, la estructuración de los campos semánticos y los rasgos más relevantes dependen de factores extralingüísticos y tienen que ver, frecuentemente, con aspectos históricos o culturales contingentes.

□

11. Selecciona la palabra (soporta, afronta, rechaza, esquivar, somete) que corresponda a cada expresión, según su contexto:

1. El acusado _____ haber sido el autor del crimen.
2. No obstante _____ con calma todo el interrogatorio;
3. pero _____ a quienes quieren involucrarlo en los hechos.
4. El juez _____ con rigor todo el proceso,
5. y _____ al fiscal, al declarar inocente a quien se juzga.

12. Morfológico. Se refiere a las formas de las palabras.

13. El lexema es la parte de la palabra que encierra el significado.

14. Átono. Que se pronuncia sin tono.

15. Las categorías gramaticales son las clases de palabras según su forma y la función que desempeñen en la lengua: sustantivo, pronombre, adjetivo, artículo, verbo, adverbio, conjunción, preposición e interjección.

16. Tónico. Que se pronuncia con tono.

▼ La respuesta es **D**

Para tomar la decisión correcta en cada caso, ha sido necesario considerar el contexto. El contexto es el conjunto de elementos lingüísticos y no lingüísticos que determinan el sentido de una expresión empleada en un acto de comunicación. El contexto determina la elección de la palabra que se debe utilizar en cada frase, de manera coherente con lo expresado. Por ejemplo, en el primer enunciado, tiene más lógica que un acusado se defienda negando la culpa que se le imputa a que sólo lo soporte.

□

12. Marca con una (s) si el enunciado expresa la relación causa–efecto, o bien con una (n) si denota otro tipo de relación.

1. Por haber sido triunfador, lo premiaron
2. El desvelo frecuente propicia trastornos del sueño
3. Antes me respetaba, ahora se burla de mí sin piedad
4. Debido a las altas temperaturas, este año no se puede esquiar
5. Tuvo miedo, pero logró superar la prueba

▼ La respuesta es **A**

Las oraciones marcadas con (s) (1, 2, 4), denotan la relación causa–efecto¹⁷ al explicar la causa o la consecuencia de los hechos que se enuncian.

La oración 3, marcada con (n), establece una relación temporal y, al mismo tiempo, de oposición de ideas.

La oración 5 señala oposición de ideas en las acciones expresadas.

□

13. Una ventana rectangular tiene l metros de ancho y h metros de altura, con un perímetro de 6 m y un área de 2 m^2 . ¿Con cuál de las siguientes ecuaciones se puede calcular el ancho de la ventana?

▼ La respuesta es **A**



Por geometría elemental sabemos que un rectángulo de ancho l y altura h tiene

$$\text{un perímetro}^{18} P = 2l + 2h \quad \text{y} \quad \text{un área}^{19} A = lh.$$

¹⁷ Las relaciones causa–efecto forman parte del razonamiento verbal; se refieren básicamente al proceso de explicación de fenómenos por lo que dan origen a los textos explicativos al exponer las causas y las consecuencias de los mismos.

Existen en español marcadores causales que sirven para formular este tipo de relaciones, tales como: *porque, debido a, pues, en razón de...* y marcadores consecutivos, por ejemplo: *por lo tanto, así que, luego entonces, en consecuencia, etcétera*.

¹⁸ Perímetro. Contorno de una figura en el plano.
Medida de dicho contorno.

¹⁹ Área. Superficie dentro de un contorno.
Medida de dicha superficie.

De acuerdo con los datos del problema sabemos que se tiene una ventana rectangular con perímetro $P = 6$ m y área $A = 2$ m².

Puesto que l y h están dados en metros, omitiendo unidades:

$$2l + 2h = P = 6 \quad \text{y} \quad lh = A = 2.$$

Es decir, l y h deben cumplir con las ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2l + 2h &= 6 & \text{y} & \quad lh = 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2(l + h) &= 2(3) & \text{y} & \quad lh = 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow l + h &= 3 & \text{y} & \quad lh = 2. \end{aligned}$$

De la ecuación $l + h = 3$, obtenemos $h = 3 - l$.

Luego, al sustituir $h = 3 - l$ en la ecuación $lh = 2$:

$$\begin{aligned} lh = 2 &\Rightarrow l(3 - l) = 2 \Rightarrow 3l - l^2 = 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 0 = 2 + l^2 - 3l \Rightarrow l^2 - 3l + 2 = 0; \end{aligned}$$

que es la ecuación cuadrática que debemos resolver para calcular el ancho l de la ventana. □

14. Se funden x gramos de plata pura con 200 g de una aleación que contiene 75% de este metal. Identifique la ecuación que permite calcular los x gramos de plata pura para que la nueva aleación contenga 90% de plata.

▼ La respuesta es **A**

Si una aleación contiene 75% de plata, entonces 1 g de aleación tiene 0.75 g de plata. Por lo que la cantidad de plata pura contenida en 200 g de dicha aleación es $(0.75)(200 \text{ g}) = 150 \text{ g}$.

Al juntar los 200 g de esta aleación con x gramos de plata pura, se obtienen $(200 + x)$ gramos de una nueva aleación que contiene $(150 + x)$ gramos de plata pura.

El porcentaje de plata pura que contiene la nueva aleación es

$$\left(\frac{\text{cantidad de plata pura}}{\text{cantidad de aleación}} \right) 100\% = \left(\frac{150 + x}{200 + x} \right) 100\%.$$

Ahora, si se quiere que este porcentaje sea igual a 90%, entonces debe cumplirse que:

$$\left(\frac{150 + x}{200 + x} \right) 100 = 90,$$

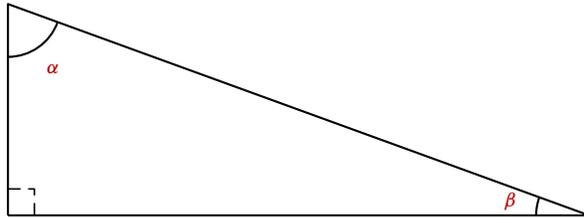
es decir,

$$\frac{150 + x}{200 + x} = \frac{90}{100} \Rightarrow \frac{150 + x}{200 + x} = 0.9;$$

ecuación de la cual debemos despejar x para resolver nuestro problema. □

15. En un triángulo rectángulo uno de los ángulos agudos es 10° mayor que el triple del otro. Determinar la medida del mayor de ellos.

▼ La respuesta es **D**



Si α y β son los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, entonces²⁰ $\alpha + \beta = 90^\circ$.

Si α es el ángulo mayor, entonces²¹ $\alpha = 3\beta + 10^\circ$.

Luego, α y β deben satisfacer el par de ecuaciones:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \quad \text{y} \quad \alpha = 3\beta + 10^\circ.$$

Sustituyendo $\alpha = 3\beta + 10^\circ$ en $\alpha + \beta = 90^\circ$ se obtiene:

$$(3\beta + 10^\circ) + \beta = 90^\circ \Rightarrow 4\beta = 90^\circ - 10^\circ = 80^\circ \Rightarrow \beta = \frac{80^\circ}{4} = 20^\circ.$$

Por lo tanto, la medida del ángulo agudo mayor α es:

$$\alpha = 3\beta + 10^\circ = 3(20^\circ) + 10^\circ = 60^\circ + 10^\circ = 70^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ.$$

□

16. Una piscina se puede llenar en 7 horas (h) cuando se usan dos grifos, A y B , a la vez. Cuando sólo se utiliza uno de estos para llenar la piscina, al grifo B le toma la mitad del tiempo que necesita el grifo A . ¿En cuántas horas el grifo A llena la piscina?

▼ La respuesta es **A**

Si el grifo B llena la piscina en x horas, entonces²² el grifo A tarda $2x$ horas en llenarla. Además,²³ en 1 h, el grifo B llena $\frac{1}{x}$ de la piscina, mientras que el grifo A llena $\frac{1}{2x}$ de la piscina.

Como ambos grifos A y B juntos llenan la piscina en 7 h, entonces,

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{parte de la piscina} \\ \text{llenada por } A \text{ en } 7 \text{ h} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{parte de la piscina} \\ \text{llenada por } B \text{ en } 7 \text{ h} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{c} 1 \text{ piscina} \\ \text{completa} \end{array} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow 7 \left(\frac{1}{2x} \right) + 7 \left(\frac{1}{x} \right) &= 1. \end{aligned}$$

20. Los ángulos internos de un triángulo suman 180° .

Un triángulo rectángulo tiene un ángulo recto, cuya medida es 90° , y dos ángulos agudos. Los ángulos agudos suman 90° .

21. El triple de β es 3β , así como $\frac{\beta}{3}$ es un tercio de β .

22. Si al grifo B le toma la mitad del tiempo que necesita el grifo A , entonces el grifo A tarda el doble del tiempo que el grifo B .

23. Si un grifo tarda 4 h en llenar una piscina, entonces en 1 h llena $\frac{1}{4}$ de la piscina.

Si otro grifo tarda 10 h en llenarla, entonces en 1 h llena $\frac{1}{10}$ de la misma piscina.

Entonces

$$\begin{aligned}\frac{7}{2x} + \frac{7}{x} &= 1 \Rightarrow \frac{7 + 2(7)}{2x} = 1 \Rightarrow 7 + 14 = 2x \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{2} = 10.5 \Rightarrow x = 10.5 \text{ horas.}\end{aligned}$$

Por lo tanto, el grifo B llena la piscina en $x = 10.5$ horas y el grifo A la llena en $2x = 21$ horas. □

17. Los hermanos Juan, Pedro y Luis compraron una casa por la que pagaron \$3 000 000. Pedro aportó el doble que Juan, y Luis tanto como Juan y Pedro juntos. ¿Qué porcentaje aproximado, del costo de la casa, pagó Pedro?

▼ La respuesta es **B**

Por la información dada, es evidente que Juan es quien menos aporta. Consideraremos esto para plantear y resolver el problema.

Si Juan aportó x pesos, entonces Pedro aportó $2x$ pesos, y Luis $x + 2x = 3x$ pesos.

Juntando lo que aportó cada uno, y considerando que el total es 3 000 000, se tiene que:

$$x + 2x + 3x = 3\,000\,000 \Rightarrow 6x = 3\,000\,000 \Rightarrow x = \frac{3\,000\,000}{6} = 500\,000.$$

Entonces, Juan contribuyó con $x = \$500\,000$, Pedro con $2x = \$1\,000\,000$ y Luis con $3x = \$1\,500\,000$.

El porcentaje del costo total cubierto por Pedro fue

$$\left(\frac{1\,000\,000}{3\,000\,000}\right) 100\% = \frac{1}{3}(100)\% \approx 33.33\%;$$

esto es, aproximadamente el 33%. □

18. Una casa puede ser pintada por Diego en 10 días (d), o bien por Emilio en 15 d. ¿En cuántos días pintarían la casa Diego y Emilio si trabajasen juntos?

▼ La respuesta es **C**

Si Diego pinta la casa en 10 d, entonces en 1 d pinta $\frac{1}{10}$ de la casa.

Si Emilio pinta la casa en 15 d, entonces en 1 d pinta $\frac{1}{15}$ de la casa.

Ahora, si suponemos que a Diego y Emilio les toma x días para pintar la casa, entonces,

$$\begin{aligned}\left(\begin{array}{c} \text{parte de la casa} \\ \text{pintada por Diego en } x \text{ días} \end{array}\right) + \left(\begin{array}{c} \text{parte de la casa} \\ \text{pintada por Emilio en } x \text{ días} \end{array}\right) &= \left(\begin{array}{c} 1 \text{ casa completa} \\ \text{pintada} \end{array}\right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow x \left(\frac{1}{10}\right) + x \left(\frac{1}{15}\right) = 1.\end{aligned}$$

De donde:

$$\frac{x}{10} + \frac{x}{15} = 1 \Rightarrow \frac{3x + 2x}{30} = 1 \Rightarrow \frac{5x}{30} = 1 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = \frac{30}{5} = 6.$$

Por lo tanto, Diego y Emilio pintarían la casa trabajando juntos en $x = 6$ días. □

19. Considerando la sucesión numérica:

$$0, 3, -6, -3, 6, 9, -18, \dots$$

¿Cuál de las siguientes sucesiones se rige por la misma regla que la anterior?

▼ La respuesta es **C**

En la sucesión dada, primero se suma 3 y luego se multiplica por (-2) , y así sucesivamente.

$$0 + 3 = 3, (3)(-2) = -6, -6 + 3 = -3, (-3)(-2) = 6, 6 + 3 = 9, (9)(-2) = -18, \dots$$

Al analizar cada una de las opciones, se tiene:

A. $0 - 3 = -3, \quad -3 + 2 = -1, \quad -1 - 3 = -4, \quad -4 + 2 = -2, \dots$

Primero se suma -3 , luego 2, y así sucesivamente. No coincide.

B. $(-1)(-2) = 2, \quad (2)(-2) = -4, \quad (-4)(-2) = 8, \quad (8)(-2) = -16, \dots$

Se multiplica por -2 . No coincide.

C. $-5 + 3 = -2, \quad (-2)(-2) = 4, \quad 4 + 3 = 7, \quad (7)(-2) = -14, \dots$

Primero se suma 3, luego se multiplica por (-2) , y así sucesivamente. Sí coincide.

D. $1 - 4 = -3, \quad -3 + 2 = -1, \quad -1 - 4 = -5, \quad -5 + 2 = -3, \dots$

Primero se suma -4 , luego 2, y así sucesivamente. No coincide.

E. $0 + 4 = 4, \quad 4 - 2 = 2, \quad 2 + 4 = 6, \quad 6 - 2 = 4, \dots$

Primero se suma 4, luego -2 , y así sucesivamente. No coincide.

Como vemos, la opción **C** se rige por la misma regla que la sucesión presentada al inicio.

□

20. ¿Cuál de las siguientes sucesiones numéricas tiene una regla diferente?

▼ La respuesta es **B**

En la opción **B** primero se resta 4 y luego se suma 2.

En las otras opciones primero se suma 4 y luego se resta 2.

A. $-5 + 4 = -1, \quad -1 - 2 = -3, \quad -3 + 4 = 1, \quad 1 - 2 = -1, \dots$

B. $1 - 4 = -3, \quad -3 + 2 = -1, \quad -1 - 4 = -5, \quad -5 + 2 = -3, \dots$

C. $2 + 4 = 6, \quad 6 - 2 = 4, \quad 4 + 4 = 8, \quad 8 - 2 = 6, \dots$

D. $-1 + 4 = 3, \quad 3 - 2 = 1, \quad 1 + 4 = 5, \quad 5 - 2 = 3, \dots$

E. $0 + 4 = 4, \quad 4 - 2 = 2, \quad 2 + 4 = 6, \quad 6 - 2 = 4, \dots$

Por lo tanto, la sucesión de la opción **B** no tiene la misma regla que las otras.

□

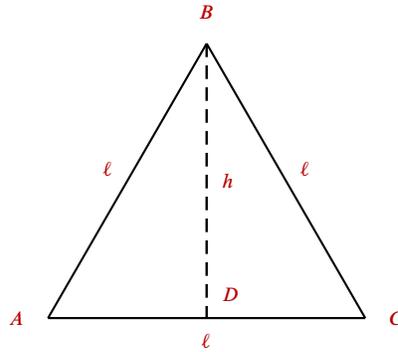
21. Expresar el perímetro P de un triángulo equilátero en términos de su altura h .

$$P = \underline{\hspace{2cm}}.$$

▼ La respuesta es **A**

Para calcular el perímetro P del siguiente triángulo equilátero,²⁴ $\triangle ABC$, necesitamos conocer la longitud común ℓ de sus lados \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{BC} .

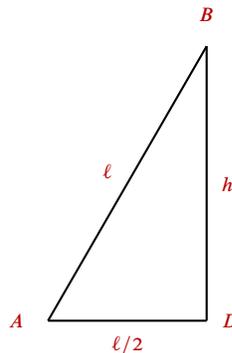
²⁴ Un triángulo es equilátero si sus tres lados tienen la misma longitud.



Si ℓ es la longitud común de los lados, entonces $\ell = \overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ y el perímetro del triángulo es $P = 3\ell$.

Si trazamos desde el vértice B el segmento de recta \overline{BD} perpendicular al lado opuesto \overline{AC} , entonces \overline{BD} es la altura²⁵ h del triángulo $\triangle ABC$ y también \overline{BD} es la mediatriz²⁶ del segmento \overline{AC} , de aquí que $\overline{AD} = \frac{1}{2}(\overline{AC}) = \frac{1}{2}\ell$.

Para expresar ℓ en términos (en función) de h , consideramos el triángulo rectángulo $\triangle ABD$, el cual es la mitad del triángulo $\triangle ABC$; su hipotenusa es el segmento \overline{AB} y sus catetos son los lados \overline{AD} y \overline{BD} .



Al aplicar el teorema de Pitágoras:²⁷

$$\ell^2 = \left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + h^2 \Rightarrow \ell^2 = \frac{\ell^2}{4} + h^2 \Rightarrow \ell^2 - \frac{\ell^2}{4} = h^2 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{4}\right)\ell^2 = h^2 \Rightarrow \frac{3}{4}\ell^2 = h^2.$$

De donde se despeja la incógnita ℓ :

$$\frac{3}{4}\ell^2 = h^2 \Rightarrow \ell^2 = \frac{4h^2}{3} \Rightarrow \ell = \sqrt{\frac{4h^2}{3}} \Rightarrow \ell = \frac{2h}{\sqrt{3}}.$$

25. Una altura de un triángulo es un segmento de recta trazado desde uno de los vértices, perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto a dicho vértice.

Todo triángulo tiene 3 alturas.

26. La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular a éste en el punto medio.

27. El teorema de Pitágoras afirma que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

El perímetro P del triángulo equilátero $\triangle ABC$ de lado ℓ , en función de la altura h , es:

$$P = 3\ell = 3 \left(\frac{2h}{\sqrt{3}} \right) = \overset{28}{\frac{(\sqrt{3})^2 2h}{\sqrt{3}}} = (\sqrt{3})2h \Rightarrow \\ \Rightarrow P = 2\sqrt{3}h.$$

□

22. Un comerciante mezcla café veracruzano de \$130 el kg con café chiapaneco de \$115 y obtiene 100 kg que vende a \$120.25 el kg. ¿Cuántos kilogramos usó de café veracruzano?

▼ La respuesta es D

Si el comerciante combina m kilogramos de café veracruzano con n kilogramos de café chiapaneco se obtienen 100 kg de la mezcla, esto es:

$$m + n = 100.$$

En cuanto al costo, se tiene:

$$m(\$130) + n(\$115) = 100(\$120.25).$$

Es decir, se obtiene un sistema de 2 ecuaciones con 2 incógnitas.

$$m + n = 100; \\ 130m + 115n = 12\,025.$$

De la primera ecuación, $m + n = 100$, despejamos $n = 100 - m$.

Si se utiliza $n = 100 - m$ en la segunda ecuación, obtenemos

$$130m + 115(100 - m) = 12\,025 \Rightarrow \\ \Rightarrow 130m + 11\,500 - 115m = 12\,025 \Rightarrow \\ \Rightarrow 15m = 12\,025 - 11\,500 \Rightarrow \\ \Rightarrow 15m = 525 \Rightarrow m = \frac{525}{15} = 35.$$

Luego, $n = 100 - m = 100 - 35 = 65$. Por lo tanto, el comerciante mezcló 35 kg de café veracruzano con 65 kg de café chiapaneco .

□

23. José y Juan recibían un salario mensual de \$10 000 cada uno. Después de cierto tiempo Juan obtuvo un mejor empleo con un sueldo mensual de \$15 000. Si entre ambos ganaron \$530 000 en un periodo de 2 años, ¿cuál es la ecuación que permite determinar el número x de meses que estuvo Juan en el primer trabajo?

▼ La respuesta es E

Si Juan estuvo x meses en su primer empleo, entonces en su segundo empleo estuvo $(24 - x)$ meses. Al multiplicar el tiempo laborado por el sueldo mensual recibido por cada uno de ellos, se obtienen las siguientes relaciones:

$$x(10\,000) = \text{dinero ganado por Juan en su primer empleo,} \\ (24 - x)(15\,000) = \text{dinero ganado por Juan en su segundo empleo,} \\ 24(10\,000) = \text{dinero ganado por José en su único empleo.}$$

28. Si $a > 0$, entonces $a = (\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2}$.

Por lo tanto, la suma de estas tres cantidades es igual a los \$530 000 que ambos ganaron en un periodo de 2 años; es decir:

$$24(10\,000) + x(10\,000) + (24 - x)(15\,000) = 530\,000.$$

Dividiendo entre 1 000 toda la ecuación, se obtiene:

$$\begin{aligned} 24(10) + x(10) + (24 - x)(15) &= 530 \Rightarrow \\ \Rightarrow 240 + 10x + (24)(15) - 15x &= 530 \Rightarrow \\ \Rightarrow 240 + 10x + 360 - 15x &= 530, \end{aligned}$$

que es la ecuación que permite determinar el número x de meses que trabajó Juan en su primer empleo.

□

24. Al abrir su alcancía Sara encontró que tenía \$4 800 en billetes de \$50, \$100 y \$200. También observó que el número de billetes de \$100 era el triple de los de \$200 y que los de \$50 eran el doble de los de \$100. ¿Cuántos billetes de \$100 había en la alcancía?

▼ La respuesta es **B**

De la información dada en el problema se deduce que el número menor de billetes corresponde a los de \$200. Vamos a utilizar esta observación para plantear y resolver el problema.

$$\begin{aligned} \text{Si } n &= \text{número de billetes de } \$200, \text{ entonces} \\ 3n &= \text{número de billetes de } \$100, \text{ y además} \\ 2(3n) &= \text{número de billetes de } \$50. \end{aligned}$$

Ahora, considerando que el ahorro total era de \$4 800:

$$n(200) + 3n(100) + 6n(50) = 4\,800.$$

Es decir,

$$\begin{aligned} 200n + 300n + 300n &= 4\,800 \Rightarrow \\ \Rightarrow 800n &= 4\,800 \Rightarrow n = \frac{4\,800}{800} \Rightarrow n = 6. \end{aligned}$$

Entonces, el número de billetes de \$100 que había era:

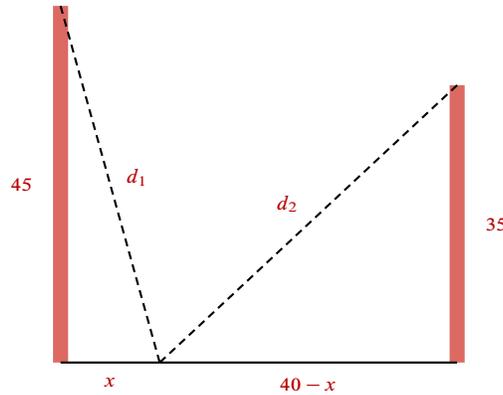
$$3n = 3(6) = 18.$$

□

25. En una avenida se encuentran dos edificios, uno frente al otro, cuyas bases están a 40 m de distancia. La altura de uno es de 45 m y la del otro es de 35 m. Si una persona se coloca en la avenida entre los dos edificios, ¿a qué distancia del edificio más alto debe situarse para que su distancia a la azotea de cada edificio sea la misma?

▼ La respuesta es **E**

Si la distancia de la persona al edificio más alto es de x metros, entonces su distancia al edificio más bajo es de $(40 - x)$ metros.



Considerando la figura anterior y aplicando el teorema de Pitágoras²⁹ en los dos triángulos rectángulos, tenemos que:

$$d_1^2 = x^2 + (45)^2 \quad \text{y} \quad d_2^2 = (40 - x)^2 + (35)^2.$$

Dado que las distancias d_1 y d_2 deben ser iguales, entonces $d_1^2 = d_2^2$:

$$\begin{aligned} d_1^2 = d_2^2 &\Rightarrow x^2 + (45)^2 = (40 - x)^2 + (35)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + (45)^2 = (40)^2 - 80x + x^2 + (35)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + 80x - x^2 = (40)^2 + (35)^2 - (45)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 80x = 1600 + 1225 - 2025 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 80x = 800 \Rightarrow x = 10. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la persona debe estar a una distancia $x = 10$ m de la base del edificio más alto.

□

26. En el siguiente arreglo rectangular ¿cuál es el número que falta?

3	6	12
5	10	?
7	14	28

▼ La respuesta es **C**

- Al observar los tres números del primer y tercer renglón se aprecia que al multiplicar el primero por 2, se obtiene el segundo. Al multiplicar el segundo por 2, se obtiene el tercero.

$$3 \xrightarrow{3 \times 2 = 6} 6 \xrightarrow{6 \times 2 = 12} 12;$$

$$7 \xrightarrow{7 \times 2 = 14} 14 \xrightarrow{14 \times 2 = 28} 28.$$

Aplicando la misma regla a los números del segundo renglón, se ve que el número faltante es 20.

$$5 \xrightarrow{5 \times 2 = 10} 10 \xrightarrow{10 \times 2 = 20} 20.$$

²⁹. Véase nota 27.

- Al observar los tres números de la primera columna, se aprecia que se suma 2 a cada elemento. Para la segunda columna se observa que se suma $2^2 = 4$ a cada elemento.

$$\begin{array}{cc}
 3 & 6 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 3 + 2 = 5 & 6 + 4 = 10 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 5 & 10 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 5 + 2 = 7 & 10 + 4 = 14 \\
 \downarrow & \downarrow \\
 7 & 14
 \end{array}$$

Para la tercera columna se aplica la regla de sumar $2^3 = 8$ a cada número:

$$\begin{array}{c}
 12 \\
 \downarrow \\
 12 + 8 = 20 \\
 \downarrow \\
 20 \\
 \downarrow \\
 20 + 8 = 28 \\
 \downarrow \\
 28
 \end{array}$$

De esta manera, se ve que el número faltante es 20.

□

27. En el siguiente arreglo rectangular ¿cuál es la letra que falta?

a	e	i
c	?	k
e	i	m

▼ La respuesta es **B**

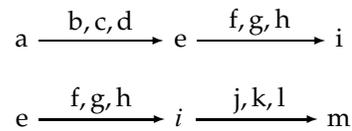
- Al observar las letras de la primera y tercera columnas, la secuencia se organiza en función del orden alfabético; y, entre letra y letra, se omite una.

$$\begin{array}{cc}
 a & i \\
 \downarrow & \downarrow \\
 b & j \\
 \downarrow & \downarrow \\
 c & k \\
 \downarrow & \downarrow \\
 d & l \\
 \downarrow & \downarrow \\
 e & m
 \end{array}$$

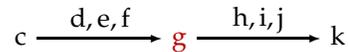
Aplicando la regla a la segunda columna se ve que la letra faltante es "g".

$$\begin{array}{c}
 e \\
 \downarrow \\
 f \\
 \downarrow \\
 g \\
 \downarrow \\
 h \\
 \downarrow \\
 i
 \end{array}$$

- Al observar las letras del primer y tercer renglón, la secuencia se organiza en función del orden alfabético; y entre letra y letra, se omiten las 3 letras intermedias.



Aplicando la regla al segundo renglón se ve que la recta faltante es "g".



□

28. Para preparar algunos postres, Sara necesitará azúcar; para el pastel requerirá $\frac{3}{8}$ de taza y para las galletas usará $\frac{3}{4}$ de taza. Si sólo hay $\frac{15}{16}$ de taza de azúcar, ¿cuál de las siguientes opciones es correcta?

▼ La respuesta es C

Debido a que se requieren $\frac{3}{8}$ de taza de azúcar para el pastel y $\frac{3}{4}$ de taza para las galletas, en total se requieren $\frac{3}{8} + \frac{3}{4} = \frac{30}{8} + \frac{6}{8} = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$ de taza de azúcar.

Comparamos³² los $\frac{9}{2}$ de taza necesarios con los $\frac{15}{16}$ de taza que se tienen en la alacena.

Ya que $\frac{9}{2} = \frac{36}{4} = \frac{18}{2}$ es mayor³⁴ que $\frac{15}{16}$, concluimos que hacen falta $\frac{18}{16} - \frac{15}{16} = \frac{3}{16}$ de taza de azúcar.

□

30. Si al numerador y al denominador de una fracción se les multiplica o se les divide por un mismo número (diferente de cero), entonces la fracción sigue siendo la misma.

$$\frac{a}{b} = \frac{a(m)}{b(m)}; \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div m}{b \div m}.$$

31. Para sumar o restar dos o más fracciones que tienen el mismo denominador, se suman o restan los numeradores y el resultado tiene el mismo denominador.

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} - \frac{c}{m} = \frac{a + b - c}{m}.$$

32. Los símbolos utilizados para comparar dos números son:

El símbolo = que se lee *igual a*.

El símbolo < que se lee *menor que*.

El símbolo > que se lee *mayor que*.

33. Véase nota 30.

34. Para comparar dos fracciones que tienen el mismo denominador positivo, se comparan sus numeradores.

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{b}, \text{ cuando y sólo cuando } a = x;$$

$$\frac{a}{b} < \frac{x}{b}, \text{ cuando y sólo cuando } a < x;$$

$$\frac{a}{b} > \frac{x}{b}, \text{ cuando y sólo cuando } a > x.$$

35. Véase nota 31.

29. Dadas las fracciones $\frac{2}{13}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{8}{5}$, la de mayor valor es _____.

▼ La respuesta es **A**

Para comparar dos fracciones positivas $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, se comparan los productos cruzados ad y bc .³⁶ Así, se cumple que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, si $ad < bc$. Vamos a usar este resultado para las fracciones dadas.

En cada caso se comparan dos fracciones y se descarta la fracción menor.

$$\frac{2}{13} < \frac{1}{4}, \text{ puesto que } 2 \cdot 4 < 13 \cdot 1. \text{ La fracción mayor es } \frac{1}{4} \text{ y se compara con } \frac{5}{3}.$$

$$\frac{1}{4} < \frac{5}{3}, \text{ puesto que } 1 \cdot 3 < 4 \cdot 5. \text{ La fracción mayor es } \frac{5}{3} \text{ y se compara con } \frac{9}{8}.$$

$$\frac{9}{8} < \frac{5}{3}, \text{ puesto que } 9 \cdot 3 < 8 \cdot 5. \text{ Nos quedamos con } \frac{5}{3}.$$

$$\text{Finalmente comparamos } \frac{8}{5} \text{ con } \frac{5}{3}.$$

$$\text{Como } 8 \cdot 3 < 5 \cdot 5, \text{ entonces } \frac{8}{5} < \frac{5}{3}. \text{ Con esto se descarta } \frac{8}{5}.$$

$$\text{Por lo tanto la fracción mayor es } \frac{5}{3}.$$

□

30. El resultado de $\frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}}$ es _____.

▼ La respuesta es **C**

Tenemos una fracción, y tanto el numerador $\frac{3}{2} - \frac{2}{3}$ como el denominador $\frac{3}{2} + \frac{1}{4}$ son sumas de fracciones. Se procede operando el numerador y el denominador de manera independiente, para luego efectuar la división y una última simplificación:

$$\frac{\frac{3}{2} - \frac{2}{3}}{\frac{3}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{\frac{9-4}{6}}{\frac{12+2}{8}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{14}{8}} = \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{14} = \frac{10}{21}.$$

□

36. Sean $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ dos fracciones positivas.

$$\text{Si } ad = bc, \text{ entonces } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

$$\text{Si } ad < bc, \text{ entonces } \frac{a}{b} < \frac{c}{d}.$$

$$\text{Si } ad > bc, \text{ entonces } \frac{a}{b} > \frac{c}{d}.$$

37. Para la suma o resta de dos fracciones se tiene:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{bd}.$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{bd}.$$

38. Para dividir dos fracciones, se multiplica la fracción numerador por el recíproco de la fracción denominador:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

31. Un auto puede recorrer 180 km con 12 ℓ de gasolina. ¿Qué distancia puede recorrer con 20 ℓ?

▼ La respuesta es **D**

Si un auto puede recorrer 180 km con 12 ℓ de gasolina, entonces la distancia recorrida con cada litro de gasolina es: $\frac{180}{12} \text{ km}/\ell = 15 \text{ km}/\ell$.

Por lo tanto, la distancia que puede recorrer con 20 ℓ de gasolina es:

$$d = (20\ell) \left(15 \frac{\text{km}}{\ell} \right) = 300 \text{ km.}$$

□

32. El 0.56% del número N es 196. ¿Cuál es el valor de N ?

▼ La respuesta es **B**

Si N es el número buscado, entonces:

$$0.56\% \text{ de } N = 196 \Rightarrow \frac{0.56}{100} \times N = {}^{39}196.$$

Despejando N tenemos:

$$N = {}^{40}196 \times \frac{100}{0.56} = 35\,000.$$

Por lo tanto, el número buscado es $N = 35\,000$.

□

33. Si el 55% de los habitantes de la ciudad tiene automóvil y las $\frac{2}{5}$ partes de ellos no lo utilizan el fin de semana, ¿qué porcentaje de los habitantes no utiliza auto el fin de semana?

▼ La respuesta es **C**

El 55% de habitantes equivale a 55 habitantes por cada cien. En este ejercicio se trata de calcular las $\frac{2}{5}$ partes de esos 55 habitantes. Para ello se realiza la siguiente operación:

$$55 \left(\frac{2}{5} \right) = {}^{41} \frac{(55)2}{5} = (11)2 = 22.$$

El resultado anterior indica que 22 habitantes de cada cien no utilizan auto el fin de semana, es decir, el 22%.

□

34. Calcula la integral:

$$\int (5x^4 - 3x^{-4} + 1) \, dx.$$

▼ La respuesta es **A**

39. Para calcular el $n\%$ de un número N , se efectúa la operación $\frac{n}{100} \times N$.

Por ejemplo, el 40% de 120 es $\frac{40}{100} \times 120 = 48$.

40. Si $n \cdot \frac{a}{b} = m$, entonces $n = \frac{m}{\frac{a}{b}} = m \cdot \frac{b}{a} = \frac{mb}{a}$.

41. Cuando un número se multiplica por una fracción, se multiplica sólo el numerador:

$$a \left(\frac{b}{c} \right) = \left(\frac{a}{1} \right) \left(\frac{b}{c} \right) = \frac{a \cdot b}{1 \cdot c} = \frac{ab}{c}.$$

$$\begin{aligned}
\int (5x^4 - 3x^{-4} + 1) dx &= \int 5x^4 dx - \int 3x^{-4} dx + \int 1 dx = \\
&= 5 \int x^4 dx - 3 \int x^{-4} dx + \int dx = \\
&= \left[5 \frac{x^{4+1}}{(4+1)} + C_1 \right] - \left[3 \frac{x^{-4+1}}{(-4+1)} + C_2 \right] + (x + C_3) = \\
&= \left(\frac{5x^5}{5} + C_1 \right) - \left(\frac{3x^{-3}}{-3} + C_2 \right) + (x + C_3) = \\
&= (x^5 + C_1) - (-x^{-3} + C_2) + (x + C_3) = \\
&= x^5 + C_1 + x^{-3} - C_2 + x + C_3 = \\
&= x^5 + x^{-3} + x + C_1 - C_2 + C_3 = \\
&= x^5 + x^{-3} + x + C.
\end{aligned}$$

□

35. ¿Qué tanto por ciento de $80\frac{1}{3}$ es $20\frac{1}{12}$?

▼ La respuesta es B

Los números $n_1 = 20\frac{1}{12}$ y $n_2 = 80\frac{1}{3}$ son mixtos, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
n_1 &= 20\frac{1}{12} = 20 + \frac{1}{12} = \frac{240 + 1}{12} = \frac{241}{12}. \\
n_2 &= 80\frac{1}{3} = 80 + \frac{1}{3} = \frac{240 + 1}{3} = \frac{241}{3}.
\end{aligned}$$

Para calcular el tanto por ciento de $20\frac{1}{12}$ con respecto a $80\frac{1}{3}$, usamos:⁴⁶

$$100 \cdot \frac{20\frac{1}{12}}{80\frac{1}{3}} \% = 100 \cdot \frac{\frac{241}{12}}{\frac{241}{3}} \% = 100 \cdot \frac{241}{12} \cdot \frac{3}{241} \% = 100 \cdot \frac{3}{12} \% = \frac{100}{4} \% = 25\%.$$

□

42. $\int [f(x) - g(x) + h(x)] dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx + \int h(x) dx.$

43. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx.$

44. $\int dx = x + C.$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)} + C.$

45. Donde C_1, C_2, C_3 y C son constantes de integración y $C_1 - C_2 + C_3 = C.$

46. Si n_1 y n_2 son números positivos, el tanto por ciento de n_1 con respecto a n_2 es $100 \cdot \frac{n_1}{n_2} \%$. Por ejemplo:

El tanto por ciento de 40 con respecto a 120 es $100 \cdot \frac{40}{120} = 33.33\%.$

El tanto por ciento de 120 con respecto a 40 es $100 \cdot \frac{120}{40} = 300\%.$

47. $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^{-1} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$

36. Un banco ofrece el 5% de interés semestral. ¿Cuánto esperas tener en este banco en un año, si depositaste \$1 000.00 y no retiraste los intereses?

▼ La respuesta es B

Al término del primer semestre se tiene la cantidad que se depositó más el 5%⁴⁸ de esa misma cantidad, es decir:

$$1\,000 + (1\,000)(0.05) = 1\,000(1 + 0.05) = 1\,000(1.05) = 1\,050.$$

Si esta última cantidad se deja en el banco, al final del segundo semestre se tendrá:

$$(1\,050)(1.05) = 1\,102.50.$$

□

37. Calcula el valor numérico de la expresión $\frac{3m^2}{\sqrt{2n}}$, cuando $m = -3$; $n = 2$.

▼ La respuesta es A

Ya que $m = -3$; $n = 2$, entonces:

$$\frac{3m^2}{\sqrt{2n}} = \frac{3(-3)^2}{\sqrt{2(2)}} = \frac{3(9)}{\sqrt{4}} = \frac{27}{2}.$$

□

38. Si x es un entero negativo, ¿cómo se ordenan j , k , l de menor a mayor?

$$\begin{aligned} j &= 1 - x; \\ k &= x - 1; \\ l &= (1 - x) + (x - 1). \end{aligned}$$

▼ La respuesta es B

Primero observamos que si x es un entero negativo, entonces $-x$ es un entero positivo.⁴⁹ Luego analizamos cada uno de los números i , j , l .

$$\begin{aligned} j &= 1 - x = -x + 1 = (\text{entero positivo}) + 1 &\Rightarrow j \text{ es positivo;} \\ k &= x - 1 = (\text{entero negativo}) - 1 &\Rightarrow k \text{ es negativo;} \\ l &= (1 - x) + (x - 1) = 1 - x + x - 1 = 0 &\Rightarrow l = 0. \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos que $k < l < j$.

□

39. El mínimo común múltiplo (mcm) de los números 30, 20 y 50 es _____.

▼ La respuesta es D

Descomponemos los números en sus factores primos:⁵⁰

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

48. $n\% = \frac{n}{100}$, por ejemplo, $5\% = \frac{5}{100} = 0.05$.

49. $-x = -1(x)$, por ejemplo, $x = -5 \Rightarrow -x = -1(-5) = 5$. En este caso, $-x$ es positivo.

50. Un número entero positivo $p \neq 1$ es primo cuando es divisible solamente entre ± 1 y $\pm p$. Los primeros números primos son 2, 3, 5, 7, 11, 17, 19...

Es decir, $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $20 = 2^2 \cdot 5$ y $50 = 2 \cdot 5^2$.

Por lo tanto, el mínimo común múltiplo⁵¹ es:

$$\text{mcm} = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 = 4 \cdot 3 \cdot 25 = 300.$$

$$\text{mcm} = 300.$$

□

40. Al eliminar los paréntesis en la expresión $-[(a+b)-(2a-b)]-(2a-b)$, el resultado es _____.

▼ La respuesta es C

Primero eliminamos⁵² paréntesis para luego reducir términos semejantes.⁵³

$$-[(a+b)-(2a-b)]-(2a-b) = -(a+b) + (2a-b) - (2a-b) = -a - b + 2a - b - 2a + b = -a - b.$$

□

41. La gráfica de la parábola definida por la ecuación $y = x^2 - 3x - 18$ está representada en la opción _____.

▼ La respuesta es D

Los valores sobre el eje horizontal del plano, por donde la gráfica de la parábola corta al eje x , son los valores que hacen que y sea igual a cero.

Para encontrar estos valores se debe resolver $y = 0$, es decir, $x^2 - 3x - 18 = 0$. Para esto factorizamos:

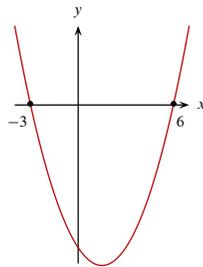
$$x^2 - 3x - 18 = 0 \Rightarrow {}^{54}(x+3)(x-6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x+3) = 0 \text{ o bien } (x-6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = -3 \text{ o bien } x = 6.$$

Lo anterior implica que la gráfica de la parábola corta el eje x en $x = -3$ y en $x = 6$.

Por ser positivo el coeficiente del término de segundo grado, la parábola abre hacia arriba, por lo que la gráfica es:



□

51. Para calcular el mcm se consideran todos los factores primos que aparecen en las descomposiciones y cada uno de ellos es su máxima potencia. El mcm es igual al producto de dichas potencias máximas.

52. Al quitar o eliminar paréntesis debemos tener presente lo siguiente:

Si el signo que antecede a un paréntesis es $+$, entonces ninguno de los términos dentro de los paréntesis sufre cambio en su signo.

Si el signo que antecede es $-$, entonces todos los términos cambian de signo:

$$+(m-n-p) = m-n-p \quad \& \quad -(m-n-p) = -m+n+p.$$

53. Dos términos son semejantes cuando contienen las mismas literales y cada una de éstas tiene igual exponente.

54. $x^2 + (a+b)x + (ab) = (x+a)(x+b)$.

42. El valor que se obtiene de $\left[\left(\frac{2}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3}$ es _____.

▼ La respuesta es D

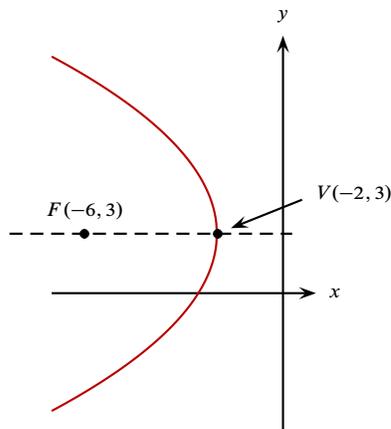
- $$\begin{aligned} \left[\left(\frac{2}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3} &= \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3} = {}^{55} \left(\frac{1}{4}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)(-3)} = \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} = {}^{56} \frac{1^{-\frac{3}{2}}}{4^{-\frac{3}{2}}} = {}^{57} \frac{4^{\frac{3}{2}}}{1^{\frac{3}{2}}} = {}^{58} \frac{4^{\frac{3}{2}}}{1} = {}^{59} \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8. \end{aligned}$$

- Otra forma es:

$$\begin{aligned} \left[\left(\frac{2}{8}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3} &= \left[\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3} = \left[\left(\frac{1}{2^2}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{-3} = \\ &= \left[2^{-2}\right]^{\frac{1}{2}(-3)} = 2^{(-2)\left(\frac{1}{2}\right)(-3)} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8. \end{aligned}$$

□

43. Determinar la ecuación de la parábola de la siguiente figura:



▼ La respuesta es B

La ecuación de una parábola de vértice $V(h, k)$ y con eje paralelo al eje x es de la forma:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h). \tag{4.1}$$

55. Para elevar una potencia a otra potencia, se multiplican los exponentes.

$(a^r)^s = a^{r \cdot s}$.

56. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

57. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ & $\frac{1}{a^{-r}} = a^r$.

58. $1^r = 1$.

59. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

Si n es par, a^m debe ser ≥ 0 .

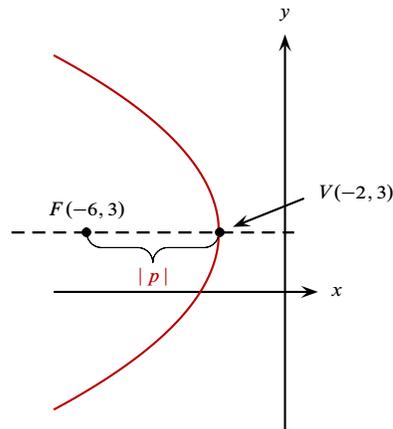
La distancia entre el foco de la parábola y su vértice es $|p|$.

Si $p > 0$, la parábola abre hacia la derecha desde su vértice.

Si $p < 0$, la parábola abre hacia la izquierda desde su vértice.

De la figura se observa que $V(h, k) = V(-2, 3)$; por lo tanto $h = -2$; $k = 3$.

La distancia entre el vértice y el foco de la parábola es $4 = |p|$.



En este caso, por ser una parábola que abre hacia la izquierda desde su vértice, se tiene que $p = -4$.

Al sustituir esta información en la ecuación (4.1):

$$\begin{aligned}(y - 3)^2 &= (4)(-4)[x - (-2)] \Rightarrow (y - 3)^2 = -16(x + 2) \Rightarrow \\ &\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = -16x - 32 \Rightarrow \\ &\Rightarrow y^2 - 6y + 16x + 9 + 32 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow y^2 - 6y + 16x + 41 = 0.\end{aligned}$$

□

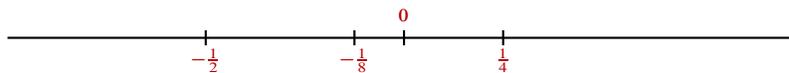
44. Considere $x = -\frac{1}{2}$. Al ordenar los números x, x^2, x^3 de menor a mayor, se obtiene _____.

▼ La respuesta es **C**

Dado que $x = -\frac{1}{2}$, entonces:

$$\begin{aligned}x^2 &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}; \\ x^3 &= \left(-\frac{1}{2}\right)^3 = \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{8}.\end{aligned}$$

Al colocar los números x, x^2, x^3 en la recta numérica se tiene:



Se observa que:

$$-\frac{1}{2} < -\frac{1}{8} < \frac{1}{4} \Rightarrow x < x^3 < x^2.$$

□

45. ¿Cuál es el resultado de sumar el polinomio $x^3y + 5x^2y^2 - 3xy^3$ con el polinomio $7xy^3 - 3x^2y^2 - 2x^3y$?

▼ La respuesta es E

Recordar que dos términos o más se pueden sumar (o restar) siempre y cuando sean semejantes.

$$\begin{array}{l} 7xy^3 \quad \& \quad -3xy^3 \quad \text{son términos semejantes;}^{60} \\ 5x^2y^2 \quad \& \quad -3x^2y^2 \quad \text{son términos semejantes;} \\ -2x^3y \quad \& \quad x^3y \quad \text{son términos semejantes.} \end{array}$$

Reacomodando los términos del segundo polinomio y realizando la suma:

$$\begin{array}{r} x^3y + 5x^2y^2 - 3xy^3 \\ -2x^3y - 3x^2y^2 + 7xy^3 \\ \hline -x^3y + 2x^2y^2 + 4xy^3. \end{array}$$

□

46. El resultado de $\frac{8x^3 - 27}{2x - 3}$ es _____.

▼ La respuesta es D

- Se obtiene el resultado de $\frac{8x^3 - 27}{2x - 3}$ factorizando el numerador y simplificando. Notemos que el numerador ($8x^3 - 27$) es una diferencia de cubos, es decir, $[(2x)^3 - (3)^3]$; recordemos que:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2).$$

Considerando lo anterior:

$$\begin{aligned} \frac{8x^3 - 27}{2x - 3} &= \frac{(2x)^3 - (3)^3}{2x - 3} = \\ &= \frac{[(2x) - (3)][(2x)^2 + (2x)(3) + (3)^2]}{2x - 3} = \frac{\cancel{(2x - 3)}(4x^2 + 6x + 9)}{\cancel{(2x - 3)}} = \\ &= 4x^2 + 6x + 9. \end{aligned}$$

- Otra manera de obtener el resultado es efectuando la división:

$$\begin{array}{r} 4x^2 + 6x + 9 \\ 2x - 3 \overline{) 8x^3 - 27} \\ \underline{-8x^3 + 12x^2} \\ 0 + 12x^2 - 27 \\ \underline{-12x^2 + 18x} \\ 0 + 18x - 27 \\ \underline{-18x + 27} \\ 0 \end{array}.$$

Esto es, $\frac{8x^3 - 27}{2x - 3} = 4x^2 + 6x + 9.$

□

60. Véase nota 53.

47. Al dividir el polinomio $x^3 + 6x^2 - 6x - 45$ entre el polinomio $x + 3$, el resultado es _____.

▼ La respuesta es **A**

Efectuamos la división:

$$\begin{array}{r}
 x^2 + 3x - 15 \\
 x + 3 \overline{) x^3 + 6x^2 - 6x - 45} \\
 \underline{-x^3 - 3x^2} \\
 0 + 3x^2 - 6x - 45 \\
 \underline{-3x^2 - 9x} \\
 0 - 15x - 45 \\
 \underline{15x + 45} \\
 0
 \end{array}$$

El resultado es $x^2 + 3x - 15$, que es el cociente de la división. □

48. Al calcular $\sqrt{(a+b)^2 - a^2}$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es **E**

- Lo que se encuentra dentro del símbolo de raíz cuadrada es una diferencia de cuadrados:

$$x^2 - y^2 = {}^{61}(x + y)(x - y).$$

Considerando lo anterior:

$$\sqrt{(a+b)^2 - a^2} = \sqrt{[(a+b) + a][(a+b) - a]} = \sqrt{(2a+b)(b)} = \sqrt{2ab + b^2}.$$

- Otra manera de obtener el resultado es desarrollando $(a+b)^2$ para luego simplificar:

$$\sqrt{(a+b)^2 - a^2} = \sqrt{a^2 + 2ab + b^2 - a^2} = \sqrt{2ab + b^2}.$$

□

49. El producto $(x-5)(x-3)(x+5)(x+3)$ es igual a _____.

▼ La respuesta es **E**

Para obtener el producto indicado podemos permutar y asociar los factores para luego utilizar productos notables, desarrollar y simplificar. Esto es:

$$\begin{aligned}
 (x-5)(x-3)(x+5)(x+3) &= {}^{62}(x-5)(x+5)(x-3)(x+3) = \\
 &= {}^{63}[(x-5)(x+5)][(x-3)(x+3)] = \\
 &= {}^{64}(x^2-5^2)(x^2-3^2) = (x^2-25)(x^2-9) = \\
 &= {}^{65}x^2(x^2-9) - 25(x^2-9) = \\
 &= {}^{66}x^4 - 9x^2 - 25x^2 + (25)(9) = x^4 - 34x^2 + 225.
 \end{aligned}$$

□

$$61. a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

$$a^2 - b = (a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b}).$$

$$a - b^2 = (\sqrt{a} + b)(\sqrt{a} - b).$$

$$a - b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}).$$

50. Al factorizar $36a^2 - 4b^2$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es E

Tenemos una diferencia de cuadrados, por lo cual:

$$36a^2 - 4b^2 = 6^2a^2 - 2^2b^2 = {}^{67}(6a)^2 - (2b)^2 = {}^{68}(6a - 2b)(6a + 2b).$$

□

51. La fracción algebraica $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 15}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es A

Se tiene que factorizar tanto el numerador como el denominador de la fracción.

Analizando el trinomio cuadrático del numerador $x^2 - 5x + 6$, notamos que:

$$(-2) + (-3) = -5; \quad (-2)(-3) = 6;$$

por lo tanto

$$x^2 - 5x + 6 = {}^{69}(x - 2)(x - 3) = (x - 3)(x - 2).$$

Analizando el trinomio cuadrático del denominador, $x^2 + 2x - 15$, podemos notar que:

$$(5) + (-3) = 2 \quad \& \quad (5)(-3) = -15;$$

por lo anterior

$$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3) = (x - 3)(x + 5).$$

Se concluye que la fracción

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 2x - 15}$$

es igual a

$$\frac{(x - 3)(x - 2)}{(x - 3)(x + 5)}.$$

□

52. La expresión $x^8 - y^{16}$ puede escribirse como _____.

▼ La respuesta es E

Notemos que $x^8 - y^{16}$ es una diferencia de cuadrados, ya que:

$$x^8 - y^{16} = (x^4)^2 - (y^8)^2 = a^2 - b^2, \text{ con } a = x^4 \text{ \& } b = y^8.$$

Recordemos que $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Por lo tanto:

$$x^8 - y^{16} = (x^4)^2 - (y^8)^2 = (x^4 - y^8)(x^4 + y^8) = (x^4 + y^8)(x^4 - y^8).$$

□

62. La propiedad conmutativa para la multiplicación afirma que el orden de los factores no afecta el producto. Así:
 $(x - 3)(x + 5) = (x + 5)(x - 3)$.

63. Por la propiedad asociativa para la multiplicación se puede afirmar que:
 $abc = a(bc) = (ab)c$.

64. El producto de dos binomios conjugados es igual a una diferencia de cuadrados:
 $(m + n)(m - n) = m^2 - n^2$.

65. Por la propiedad distributiva de los números reales se puede afirmar que:
 $x(m + n - p) = xm + xn - xp$.

66. Véase nota 65.

67. $a^2b^2 = (ab)^2$.

68. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$. Con $x = 6a$ & $y = 2b$ se tiene:
 $[(6a)^2 - (2b)^2] = (6a - 2b)(6a + 2b)$.

69. $x^2 + (a + b)x + (ab) = (x + a)(x + b)$.

53. Al factorizar la expresión $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$, el resultado que se obtiene es _____.

▼ La respuesta es **A**

La expresión $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27$ sugiere⁷⁰ la siguiente escritura, con $a = 2x$ y con $b = 3$:

$$\begin{aligned} 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 &= (2x)^3 - 3(2x)^2(3) + 3(2x)(3)^2 - 3^3 = \\ &= (2x - 3)^3 = (2x - 3)^2(2x - 3). \end{aligned}$$

□

54. ¿Cuál es el resultado de reducir la fracción $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{c} + 1}$ a su forma más simple?

▼ La respuesta es **C**

Realizando la operación del numerador y del denominador de la fracción se tiene:

$$\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}{\frac{1}{c} + 1} = \frac{\frac{b+a}{ab}}{\frac{1+c}{c}} = \frac{71}{72} \frac{c(b+a)}{ab(1+c)}.$$

□

55. El resultado de simplificar la fracción algebraica $\frac{-5x^3y - 20xy^2}{x^2 + 4y}$ es _____.

▼ La respuesta es **A**

El numerador de la fracción algebraica $\frac{-5x^3y - 20xy^2}{x^2 + 4y}$ puede ser factorizado, ya que tiene como factor común⁷³ al monomio $-5xy$. Factorizamos y simplificamos:

$$\frac{-5x^3y - 20xy^2}{x^2 + 4y} = \frac{(-5xy)(x^2) + (-5xy)(4y)}{x^2 + 4y} = \frac{-5xy(\cancel{x^2 + 4y})}{(\cancel{x^2 + 4y})} = -5xy.$$

□

70. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$; $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

71. Para la suma o resta de dos fracciones se tiene:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{bd}.$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{bd}.$$

72. Para dividir dos fracciones, se multiplica la fracción numerador por el recíproco de la fracción denominador:

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}.$$

73. Un monomio que es factor de cada uno de los términos de un multinomio se dice que es factor común del multinomio.

El multinomio se factoriza multiplicando al factor común por otro factor que es obtenido dividiendo cada término entre dicho factor.

$$ax - bx + cx - mx = x \left(\frac{ax}{x} - \frac{bx}{x} + \frac{cx}{x} - \frac{mx}{x} \right) = x(a - b + c - m).$$

56. La expresión $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1}$ es igual a _____.

▼ La respuesta es **A**

Sumamos las fracciones:

$$\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{(1)(\sqrt{3}+1) + (2)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1+2\sqrt{2}-2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}+1)}.$$

□

57. El resultado de simplificar la expresión $\frac{x^3+8}{x+2}$ es _____.

▼ La respuesta es **D**

La fracción $\frac{x^3+8}{x+2}$ se puede simplificar si hay factores comunes en el numerador y en el denominador, los cuales se cancelan si es el caso. Para esto se requiere factorizar, si se puede, tanto el numerador como el denominador.

Observar que $x^3+8 = x^3+2^3$ es una suma de cubos.

Recordar que $a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$.

Considerando lo anterior:

$$\frac{x^3+8}{x+2} = \frac{x^3+2^3}{x+2} = \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x+2} = x^2-2x+4.$$

□

58. Al simplificar la fracción $\frac{18a^2bc^3}{2ac^5}$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es **C**

Simplificando potencias de igual base:

$$\frac{18a^2bc^3}{2ac^5} = \frac{18}{2} \frac{a^2}{a} \frac{b}{1} \frac{c^3}{c^5} = 9abc^{-2} = 9\frac{ab}{c^2}.$$

□

59. Laura gasta un tercio de su salario al pagar la renta; utiliza una quinta parte de lo que le pagan para comprar comida. Con esfuerzos ahorra la décima parte de su sueldo. También destina una décima parte de su salario para pagar transporte. Si después de cubrir todos sus gastos, le quedan \$800.00, ¿cuánto gana Laura?

▼ La respuesta es **E**

Si S es el salario de Laura, los gastos se definen como sigue:

$$\text{Renta: } R = \frac{1}{3}S. \quad \text{Comida: } C = \frac{1}{5}S. \quad \text{Ahorro: } A = \frac{1}{10}S. \quad \text{Transporte: } T = \frac{1}{10}S.$$

74. Véase nota 71.

75. Una de las leyes de los exponentes se refiere a la división de potencias con igual base y asegura que:

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}.$$

76. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Tenemos entonces, con los datos proporcionados:

$$R + C + A + T + 800 = S \Rightarrow \frac{1}{3}S + \frac{1}{5}S + \frac{1}{10}S + \frac{1}{10}S + 800 = S.$$

Resolvemos esta ecuación:

$$\begin{aligned} S \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{2}{10} \right) + 800 = S &\Rightarrow S \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) + 800 = S \Rightarrow \\ \Rightarrow S \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} \right) + 800 = S &\Rightarrow S \left(\frac{5+6}{15} \right) + 800 = S \Rightarrow S \left(\frac{11}{15} \right) + 800 = S \Rightarrow \\ \Rightarrow 800 = S - \frac{11}{15}S &\Rightarrow 800 = \frac{4}{15}S \Rightarrow S = \frac{15}{4}(800) = 3000. \end{aligned}$$

Luego, el salario de Laura es de \$3 000. □

60. ¿Cuál es el valor de k de forma que la recta $x - ky = 10$ pase por el punto $(0, -5)$?

▼ La respuesta es **B**

Como el punto $(0, -5)$ está en la recta $x - ky = 10$, entonces las coordenadas $x = 0$ & $y = -5$ del punto deben satisfacer la ecuación $x - ky = 10$ de dicha recta.

Al utilizar los valores $x = 0$, $y = -5$ en la ecuación $x - ky = 10$:

$$0 - k(-5) = 10 \Rightarrow 5k = 10 \Rightarrow k = 2. \quad \square$$

61. Hay 12 manzanas más que naranjas en una canasta con 36 frutas de estos dos tipos. ¿Cuáles ecuaciones utilizarías para saber cuántas frutas de cada tipo hay?

(m = número de manzanas, n = número de naranjas.)

1. $12m + n = 36$
2. $m + n = 36$
3. $m - 12n = 36$
4. $m + n = 12$
5. $m - n = 12$

▼ La respuesta es **A**

Ya que hay 12 manzanas más que naranjas, el número m de manzanas es igual al número n de naranjas más 12, esto es $m = n + 12$; y debido a que en la canasta hay 36 frutas en total, entonces $m + n = 36$. Se tienen así las ecuaciones:

$$m = n + 12 \quad \& \quad m + n = 36,$$

que pueden escribirse como:

$$m - n = 12 \quad \& \quad m + n = 36. \quad \square$$

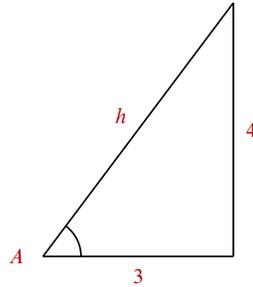
62. El ángulo A es uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo. Si $\tan A = \frac{4}{3}$, entonces el valor de $\sin A$ es _____.

▼ La respuesta es **B**

Ya que

$$\tan A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{4}{3},$$

entonces el cateto opuesto mide 4 y el adyacente mide 3.



En el triángulo rectángulo anterior se calcula la hipotenusa mediante el teorema de Pitágoras.

$$h^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow h = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow h = 5.$$

Entonces:

$$\text{sen } A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4}{5},$$

por lo tanto

$$\text{sen } A = \frac{4}{5}.$$

□

63. Las soluciones de la ecuación $x^2 - 10ax + 9a^2 = 0$ son _____.

▼ La respuesta es **B**

- Factorizando se tiene:⁷⁷

$$x^2 - 10ax + 9a^2 = 0 \Rightarrow (x - a)(x - 9a) = 0.$$

[Nótese que $(-a) + (-9a) = -10a$ & $(-a)(-9a) = 9a^2$.]

Por otra parte, se debe considerar que $a \cdot b = 0$ se cumple cuando $a = 0$, o bien cuando $b = 0$.

En este caso $(x - a)(x - 9a) = 0$ se cumple cuando:

$$x - a = 0, \quad \text{o bien cuando} \quad x - 9a = 0;$$

de donde se obtiene:

$$x = a, \quad \text{o bien} \quad x = 9a.$$

- Otra forma es usar la fórmula general:⁷⁸

$$\begin{aligned} x_{1,2} &= \frac{-(-10a) \pm \sqrt{(-10a)^2 - 4(1)(9a^2)}}{2} = \frac{10a \pm \sqrt{100a^2 - 36a^2}}{2} = \\ &= \frac{10a \pm \sqrt{64a^2}}{2} = \frac{10a \pm 8a}{2} = \begin{cases} \frac{18a}{2} = 9a; \\ \frac{2a}{2} = a; \end{cases} \end{aligned}$$

Concluyendo: las soluciones de $x^2 - 10ax + 9a^2 = 0$ son $x_1 = a$ & $x_2 = 9a$.

□

⁷⁷. $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$.

⁷⁸. Las soluciones (raíces) x_1, x_2 de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ se calculan usando la siguiente fórmula general:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

64. La solución de la ecuación $\frac{4}{x-2} - \frac{4}{3x-6} = -\frac{8}{3}$ es _____.

▼ La respuesta es E

Resolvemos esta ecuación de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \frac{4}{x-2} - \frac{4}{3x-6} &= -\frac{8}{3}, \\ \frac{4}{x-2} - \frac{4}{3(x-2)} + \frac{8}{3} &= 0, \quad (\text{igualamos a cero y factorizamos el denominador } 3x-6) \\ \frac{3(4) - 4 + 8(x-2)}{3(x-2)} &= 0, \quad [\text{el mínimo común denominador}^{79} \text{ (mcd) es } 3(x-2)] \\ \frac{12 - 4 + 8x - 16}{3(x-2)} &= 0, \quad (\text{desarrollamos en el numerador y simplificamos}) \\ \frac{8x - 8}{3(x-2)} &= 0. \end{aligned}$$

Una fracción es cero cuando su numerador es cero:

$$\frac{8x - 8}{3(x-2)} = 0 \Rightarrow 8x - 8 = 0 \Rightarrow 8x = 8 \Rightarrow x = \frac{8}{8} \Rightarrow x = 1.$$

Por lo que la solución de la ecuación original es $x = 1$.

□

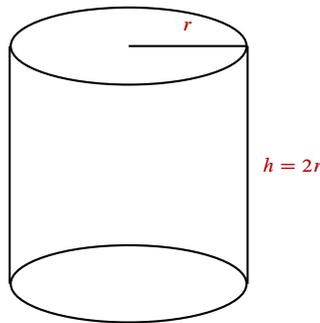
65. Un tanque cilíndrico tiene una altura igual al doble de su radio. Si el volumen del tanque es $V = 16 \text{ m}^3$, ¿cuánto mide su área lateral?

▼ La respuesta es E

Un cilindro circular recto de altura h y radio de la base igual a r tiene

$$\text{volumen } V = \pi r^2 h, \quad \text{área lateral } A = 2\pi r h.$$

Como en este caso la altura es el doble del radio, entonces $h = 2r$:



Con esto:

$$V = \pi r^2 h = \pi r^2 (2r) = 2\pi r^3; \quad A = 2\pi r h = 2\pi r (2r) = 4\pi r^2.$$

Ahora, debido a que el volumen del tanque es $V = 16 \text{ m}^3$, entonces

$$V = 2\pi r^3 = 16,$$

⁷⁹ Para determinar el mínimo común denominador (mcd) de una suma algebraica de fracciones se procede de la siguiente manera: Primero se deben factorizar todos los denominadores. Luego se deben considerar todos los factores diferentes en los denominadores, y cada uno afectado por su máximo exponente. Finalmente se escribe el producto de dichos factores, producto que es el mcd.

de donde despejamos r :

$$2\pi r^3 = 16 \Rightarrow \pi r^3 = 8 \Rightarrow r^3 = \frac{8}{\pi} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{8}{\pi}} = \frac{2}{\sqrt[3]{\pi}},$$

es decir, el radio es $r = \frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}$.

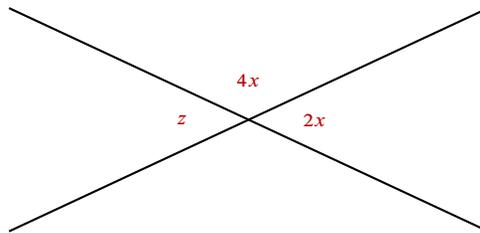
Por lo tanto, el área lateral es:

$$A = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{2}{\sqrt[3]{\pi}}\right)^2 = 4\pi \left(\frac{4}{\sqrt[3]{\pi^2}}\right) = \frac{16\pi}{\sqrt[3]{\pi^2}} = {}^{80}16\sqrt[3]{\pi}.$$

Esto es, $A = 16\sqrt[3]{\pi}$.

□

66. En el siguiente diagrama, ¿cuál es el valor en grados del ángulo z ?



▼ La respuesta es C

Observando el diagrama se pueden establecer las ecuaciones:

$$z = {}^{81}2x. \quad (4.2)$$

$$2x + 4x = {}^{82}180^\circ. \quad (4.3)$$

Despejando x de (4.3), obtenemos

$$2x + 4x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = \frac{180}{6} = 30^\circ.$$

Al sustituir $x = 30^\circ$ en (4.2), obtenemos $z = 60^\circ$.

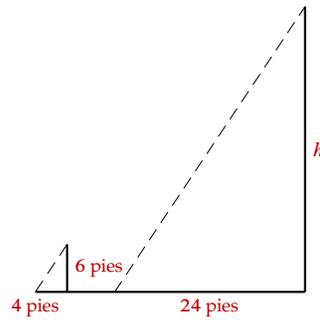
□

$$80. \frac{a}{\sqrt[3]{a^2}} = \frac{a^{\frac{3}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}} = a^{\frac{3}{3}-\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}.$$

81. z & $2x$ son dos ángulos opuestos por el vértice.
 Dos ángulos opuestos por el vértice son iguales, es decir, $z = 2x$.

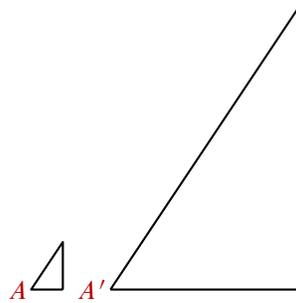
82. Los ángulos $4x$ & $2x$ son ángulos suplementarios.
 Dos ángulos suplementarios son aquellos cuya suma es 180° .

67. Un joven mide 6 pies de altura y su sombra mide 4 pies de longitud; si la sombra de un árbol mide 24 pies de largo, ¿qué altura tiene el árbol?

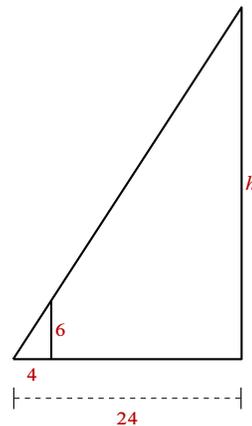


▼ La respuesta es C

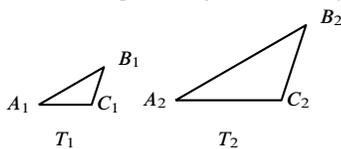
Formamos dos triángulos rectángulos, uno con el joven y su sombra, y otro con el árbol y su sombra.



Los dos triángulos rectángulos tienen las hipotenusas paralelas y por lo tanto los ángulos A y A' son iguales; estos triángulos son semejantes⁸³ y podemos colocarlos uno dentro del otro. Con h la altura del árbol tenemos la figura:



83. Dos triángulos T_1 y T_2 son semejantes, si los ángulos de T_1 son respectivamente iguales a los ángulos de T_2 :



$$\begin{cases} A_1 = A_2. \\ B_1 = B_2. \\ C_1 = C_2. \end{cases}$$

Por semejanza de triángulos se cumple la proporción⁸⁴ $\frac{h}{24} = \frac{6}{4}$, de donde:

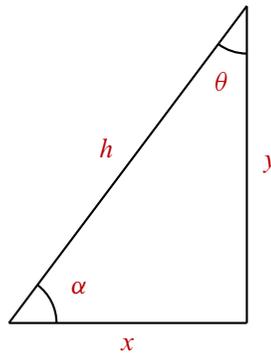
$$4h = (24)6 \Rightarrow h = \frac{144}{4} = 36.$$

Luego, la altura del árbol es:

$$h = 36 \text{ pies.}$$

□

68. Del siguiente triángulo rectángulo, la identidad trigonométrica falsa es _____.



▼ La respuesta es B

Los ángulos α y θ son complementarios. Por definición:

$$\cot \alpha = \frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{x}{y};$$

$$\sec \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{h}{y};$$

$$\csc \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{h}{y};$$

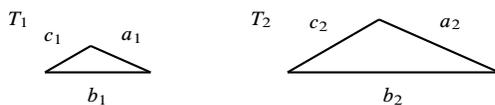
$$\tan \theta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}} = \frac{x}{y};$$

$$\csc \theta = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}} = \frac{h}{x}.$$

Por lo anterior, la opción falsa es $\sec \theta = \frac{y}{h}$.

□

84. Si dos triángulos T_1 y T_2 son semejantes,

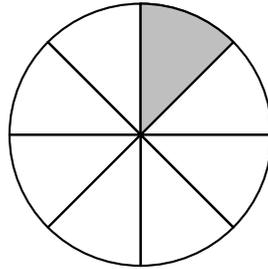


entonces se cumplen las siguientes proporciones (igualdades de razones) con sus lados:

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}; \quad \frac{a_1}{c_1} = \frac{a_2}{c_2}; \quad \frac{b_1}{c_1} = \frac{b_2}{c_2}$$

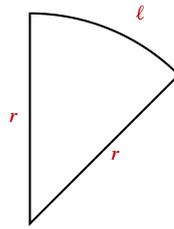
y las que se derivan de éstas.

69. La figura muestra un círculo de área igual a 25π , dividido en 8 partes iguales. ¿Cuál es el perímetro de la región sombreada?



▼ La respuesta es **C**

El perímetro de la región sombreada es igual a la suma de los dos lados rectos r , más la longitud ℓ del arco de la circunferencia.



Cada uno de los lados rectos de la región sombreada corresponde al radio de la circunferencia. Sabiendo que el área del círculo⁸⁵ es 25π , se tiene:

$$A = \pi r^2 = 25\pi;$$

de la expresión anterior despejamos r :

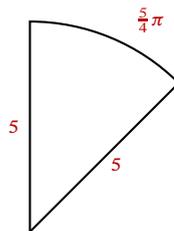
$$\pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r^2 = \frac{25\pi}{\pi} = 25 \Rightarrow r = 5.$$

Por otra parte el perímetro P_c de la circunferencia es:

$$P_c = 2\pi r = 2\pi(5) = 10\pi.$$

Un octavo del perímetro de la circunferencia es la longitud del arco de la región sombreada, esto es:

$$\frac{1}{8}P_c = \frac{1}{8}(10\pi) = \frac{5}{4}\pi.$$



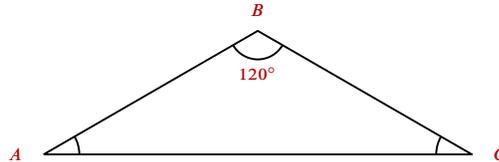
⁸⁵ El área A de un círculo de radio r es $A = \pi r^2$.

Por lo tanto, el perímetro P_r de la región sombreada es:

$$P_r = 5 + 5 + \frac{5}{4}\pi = 10 + \frac{5}{4}\pi = 5 \left(2 + \frac{\pi}{4} \right).$$

□

70. En el siguiente triángulo isósceles, determine el valor del ángulo A en radianes:



▼ La respuesta es C

Dado que el triángulo $\triangle ABC$ es isósceles⁸⁶ y $B = 120^\circ$, entonces

$$A + B + C = 180^\circ \Rightarrow A + 120^\circ + C = 180^\circ \Rightarrow A + C = 60^\circ;$$

con $A = C$, por lo que $A = 30^\circ$.

Como $360^\circ = 2\pi$ radianes, entonces $180^\circ = \pi$ rad.

Luego, el valor del ángulo $A = 30^\circ$ en radianes es:

$$A = 30^\circ = \frac{180^\circ}{6} = \frac{\pi \text{ rad}}{6} = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$

□

71. Determinar la ecuación de la circunferencia si $A(-2, 3)$ y $B(4, -5)$ son los extremos de uno de sus diámetros.

▼ La respuesta es C

La distancia \overline{AB} entre los dos puntos dados representa la longitud del diámetro de la circunferencia. Considerando $A(x_1, y_1) = A(-2, 3)$ & $B(x_2, y_2) = B(4, -5)$, se tiene:

$$\begin{aligned} d = \overline{AB} &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{[4 - (-2)]^2 + (-5 - 3)^2} = \\ &= \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10. \end{aligned}$$

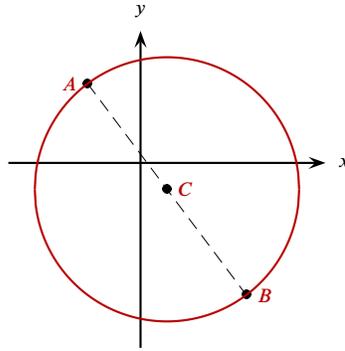
Por lo que el radio r de la circunferencia es:

$$r = \frac{d}{2} = 5.$$

Por otra parte, las coordenadas del punto medio del segmento AB representan las coordenadas (h, k) del centro de la circunferencia:

$$C(h, k) = C \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = C \left(\frac{-2 + 4}{2}, \frac{3 + [-5]}{2} \right) = C(1, -1).$$

⁸⁶. Un triángulo isósceles tiene dos ángulos de igual medida.



La ecuación de una circunferencia, cuyo centro es el punto $C(h, k)$, con radio r , es:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2.$$

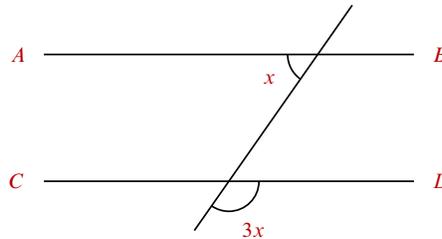
Sustituyendo la información obtenida en esta expresión se obtiene:

$$\begin{aligned} (x - 1)^2 + [y - (-1)]^2 &= 5^2 \Rightarrow (x^2 - 2x + 1) + (y^2 + 2y + 1) = 25 \Rightarrow \\ \Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y - 23 &= 0, \end{aligned}$$

que representa la ecuación de la circunferencia, dados los extremos de uno de sus diámetros.

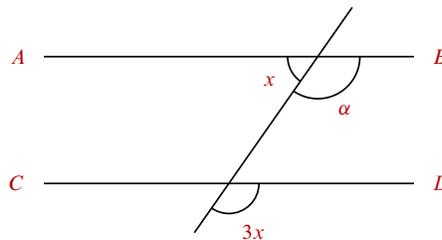
□

72. Los segmentos \overline{AB} y \overline{CD} mostrados en el siguiente esquema son paralelos. El valor del ángulo x en grados es _____.



▼ La respuesta es E

Si consideramos el ángulo auxiliar α como el suplementarios de x , tenemos la siguiente figura:



Aquí los ángulos α y $3x$ son correspondientes, por lo que $\alpha = 3x$. Como x y α son suplementarios, entonces:

$$x + \alpha = 180^\circ \Rightarrow x + 3x = 180^\circ \Rightarrow 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 45^\circ.$$

□

73. Elige la opción que completa la identidad trigonométrica

$$\cos(a + b) = \cos a \text{ _____ } - \text{sen } b \text{ _____}.$$

▼ La respuesta es E

Considerando la identidad trigonométrica

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b,$$

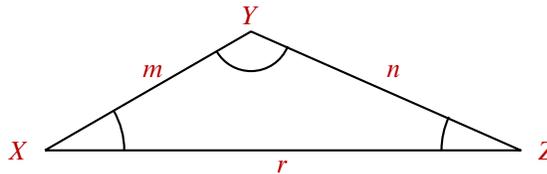
se nota que en la expresión

$$\cos(a + b) = \cos a \text{_____} - \operatorname{sen} b \text{_____},$$

hacen falta los factores $\cos b$ y $\operatorname{sen} a$, en ese orden.

□

74. La ecuación que determina el valor de n en la figura es _____.



▼ La respuesta es B

Por la ley de los Senos, se tiene:

$$\frac{m}{\operatorname{sen} Z} = \frac{n}{\operatorname{sen} X} = \frac{r}{\operatorname{sen} Y}.$$

Vemos entonces que la ecuación que permite calcular n es:

$$\frac{r}{\operatorname{sen} Y} = \frac{n}{\operatorname{sen} X}.$$

□

75. Al racionalizar $\frac{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}{h}$, se obtiene _____.

▼ La respuesta es E

Para racionalizar la expresión:

$$\frac{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}{h},$$

se multiplica y divide por el conjugado⁸⁷ del numerador, esto es:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}{h} &= \frac{\sqrt{2x+h} - \sqrt{2x}}{h} \cdot \frac{\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x}}{\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x}} = \\ &= \frac{(2x+h) - (2x)}{h(\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x})} = \frac{h}{h(\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x})} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2x+h} + \sqrt{2x}}. \end{aligned}$$

□

⁸⁷ El conjugado del binomio $a + b$ es $a - b$.
El conjugado del binomio $a - b$ es $a + b$.

⁸⁸ $(a^2 - b^2) = (a - b)(a + b)$.
 $(a - b) = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$.

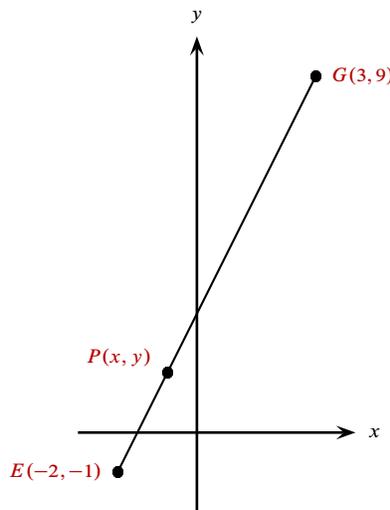
76. Considera el segmento de recta cuyos extremos son los puntos $E(-2, -1)$, $G(3, 9)$. ¿Cuáles son las coordenadas del punto P que divide el segmento EG en la razón $\frac{1}{3}$?

▼ La respuesta es **D**

Si $E(x_1, y_1)$ y $G(x_2, y_2)$ son los extremos del segmento de recta \overline{EG} y el punto $P(x, y)$ divide el segmento \overline{EG} en la razón r , entonces $\frac{\overline{EP}}{\overline{PG}} = r \Rightarrow \overline{EP} = r\overline{PG}$ y además:

$$x - x_1 = r(x_2 - x) \quad \& \quad y - y_1 = r(y_2 - y).$$

En este problema tenemos que:



$$E(x_1, y_1) = E(-2, -1); \quad P(x, y); \quad G(x_2, y_2) = G(3, 9); \quad r = \frac{1}{3}.$$

Luego,

$$\begin{aligned} x - x_1 = r(x_2 - x) &\Rightarrow x - (-2) = \frac{1}{3}(3 - x) \Rightarrow x + 2 = 1 - \frac{1}{3}x \Rightarrow^{89} \\ &\Rightarrow x + \frac{1}{3}x = 1 - 2 \Rightarrow \frac{4}{3}x = -1 \Rightarrow^{90} x = -\frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y - y_1 = r(y_2 - y) &\Rightarrow y - (-1) = \frac{1}{3}(9 - y) \Rightarrow y + 1 = 3 - \frac{1}{3}y \Rightarrow^{91} \\ &\Rightarrow y + \frac{1}{3}y = 3 - 1 \Rightarrow \frac{4}{3}y = 2 \Rightarrow^{92} y = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Entonces, el punto P está en $P(x, y) = P\left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{2}\right)$.

□

⁸⁹. Un término cambia de signo cuando se pasa de un lado al otro lado de una igualdad.

$$a + b = c \Rightarrow a = c - b.$$

$$a - b = c \Rightarrow a = c + b.$$

⁹⁰. Un factor pasa como divisor al otro lado de la igualdad.

$$ac = b \Rightarrow a = \frac{b}{c} = ac^{-1}.$$

⁹¹. Véase nota ⁸⁹.

⁹². Véase nota ⁹⁰.

77. De las siguientes ecuaciones, selecciona aquellas que son rectas paralelas entre sí.

1. $y = \frac{5}{3}x + 1$
2. $y = \frac{3}{5}x + 2$
3. $y = -\frac{3}{5}x + 3$
4. $y = \frac{5}{3}x + 4$
5. $y = -\frac{5}{3}x + 4$

▼ La respuesta es **D**

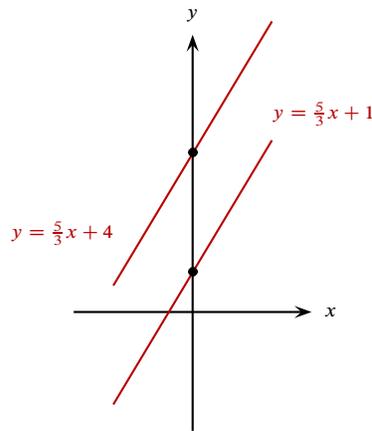
En una recta en la forma

$$y = mx + b,$$

m representa la pendiente de la recta y b la ordenada al origen.

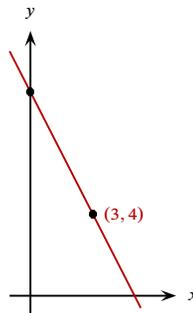
Por otra parte dos rectas son paralelas si tienen la misma pendiente.

Entonces, vemos que las rectas $y = \frac{5}{3}x + 1$ & $y = \frac{5}{3}x + 4$ son paralelas, ya que tienen la misma pendiente $m = \frac{5}{3}$.



□

78. Si la pendiente de la recta mostrada en la figura es -2 , ¿cuánto vale su ordenada al origen?



▼ La respuesta es **D**

Conociendo la pendiente m de una recta y las coordenadas x_1 & y_1 de un punto por donde pasa dicha recta, se puede utilizar la ecuación:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad (4.4)$$

y llegar a la ecuación

$$y = {}^{94}mx + b; \quad (4.5)$$

donde b (el término constante) representa la ordenada al origen de la recta.

Se tiene que:

$$m = -2, \quad x_1 = 3 \quad \& \quad y_1 = 4.$$

Utilizando estos datos en (4.4):

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = -2(x - 3) \Rightarrow y = -2x + 6 + 4.$$

De donde:

$$y = -2x + 10.$$

De la ecuación (4.5) anterior se concluye que $b = 10$.

□

79. Determinar el punto de intersección de las rectas, cuyas ecuaciones son:

$$3x - 2y = -11;$$

$$2x + y = 2.$$

▼ La respuesta es **A**

Para localizar el punto de intersección de dos rectas dadas mediante sus ecuaciones, debemos resolver⁹⁵ el sistema de ecuaciones lineales formado con las ecuaciones de dichas rectas. Multiplicando por 2 la segunda ecuación:

$$\begin{cases} 3x - 2y = -11 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 2y = -11 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}.$$

Sumando las dos últimas ecuaciones:

$$7x = -7 \Rightarrow x = -1.$$

Sustituyendo $x = -1$ en la segunda ecuación se obtiene:

$$2x + y = 2 \Rightarrow y = 2 - 2x = 2 - 2(-1) = 2 + 2 = 4 \Rightarrow y = 4.$$

Por lo tanto, el punto de intersección de las rectas es:

$$I(x, y) = I(-1, 4).$$

93. $y - y_1 = m(x - x_1)$ se conoce como la fórmula punto-pendiente de una recta

94. $y = mx + b$ se conoce como la fórmula pendiente-ordenada al origen de una recta.

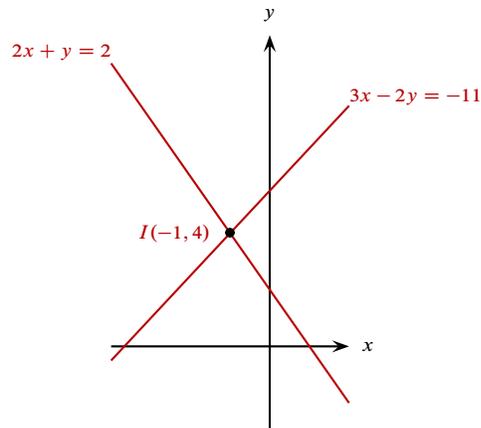
m representa la pendiente de la recta y b representa la ordenada al origen de la recta.

95. Sean ℓ_1 y ℓ_2 dos rectas con ecuaciones $A_1x + B_1y = C_1$ & $A_2x + B_2y = C_2$, respectivamente. Si $I(x, y)$ es el punto de intersección de ℓ_1 y ℓ_2 , entonces I está en ℓ_1 y también está en ℓ_2 , por lo cual sus coordenadas (x, y) satisfacen tanto la ecuación de ℓ_1 como la ecuación de ℓ_2 .

Por lo tanto, los valores de x, y deben satisfacer el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} A_1x + B_1y = C_1; \\ A_2x + B_2y = C_2; \end{cases}$$

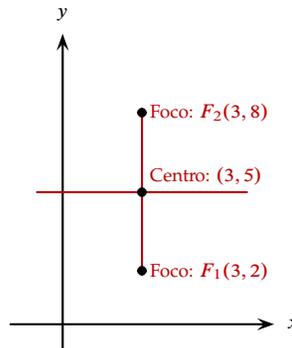
es decir, deben ser la solución de dicho sistema.



□

80. Si los focos de una elipse son los puntos $(3, 8)$ y $(3, 2)$, y la longitud de su eje menor es 8, la ecuación de la elipse es _____.

▼ La respuesta es **C**



Tenemos una elipse con el eje mayor paralelo al eje y . El punto medio del eje mayor de la elipse se encuentra en $(3, 5)$. Vemos que $c = 3$ y $b = 4$. Se sabe que, para la elipse:

$$c^2 + b^2 = a^2;$$

entonces

$$a^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow a = \sqrt{25} = 5.$$

Cuando la elipse tiene el eje mayor paralelo al eje y , su ecuación es:

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1;$$

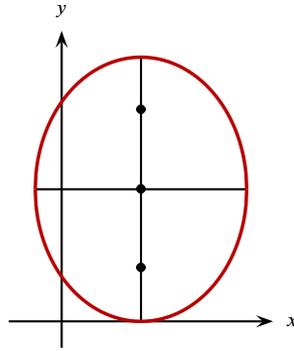
donde (h, k) es el centro de la elipse, que en este caso es el punto $(3, 5)$. Con los datos anteriores:

$$\frac{(x-3)^2}{4^2} + \frac{(y-5)^2}{5^2} = 1.$$

Finalmente, la ecuación de la elipse es:

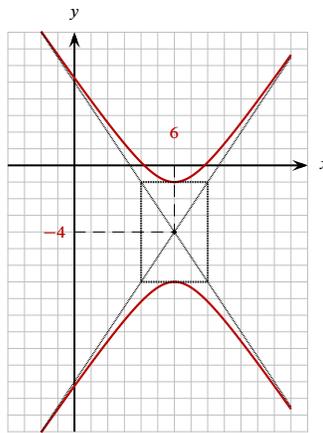
$$\frac{(x-3)^2}{16} + \frac{(y-5)^2}{25} = 1.$$

Cuya gráfica es:



□

81. ¿Cuál es la ecuación de la hipérbola de la siguiente gráfica?



▼ La respuesta es **C**

La ecuación de una hipérbola con centro en el punto (h, k) y eje focal paralelo al eje y , es:

$$\frac{(y - k)^2}{a^2} - \frac{(x - h)^2}{b^2} = 1.$$

Observando la gráfica, se aprecia que:

$$h = 6, \quad k = -4, \quad a = 3, \quad b = 2.$$

Por lo tanto, la ecuación de la hipérbola es:

$$\frac{(y + 4)^2}{3^2} - \frac{(x - 6)^2}{2^2} = 1;$$

es decir:

$$-\frac{(x - 6)^2}{4} + \frac{(y + 4)^2}{9} = 1.$$

□

82. Determinar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(3, -1)$ y es perpendicular a la recta:

$$3x + 2y - 4 = 0.$$

▼ La respuesta es **B**

Necesitamos la pendiente de la recta dada:

$$3x + 2y - 4 = 0 \Rightarrow 2y = -3x + 4 \Rightarrow y = -\frac{3}{2}x + 2;$$

entonces, la pendiente de esta recta es $m_1 = -\frac{3}{2}$.

Cualquier recta perpendicular a ésta tiene pendiente:

$$m = -\frac{1}{m_1} = -\frac{1}{-\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \Rightarrow m = \frac{2}{3}.$$

Ahora bien, la ecuación de la recta perpendicular, con pendiente $m = \frac{2}{3}$, que pasa por el punto $P(x_1, y_1) = P(3, -1)$ es:

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \Rightarrow y - (-1) = \frac{2}{3}(x - 3) \Rightarrow y + 1 = \frac{2}{3}(x - 3) \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3(y + 1) = 2(x - 3) \Rightarrow 3y + 3 = 2x - 6 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x - 6 - 3y - 3 = 0 \Rightarrow 2x - 3y - 9 = 0. \end{aligned}$$

□

83. La derivada con respecto a x de la función $y = (3x + 1)^2$ es _____.

▼ La respuesta es **E**

Si $y = (3x + 1)^2$, su derivada⁹⁶ es:

$$y' = \frac{d}{dx}(3x + 1)^2 = 2(3x + 1)^{2-1} \frac{d}{dx}(3x + 1) = 2(3x + 1)(3) = 6(3x + 1) = 18x + 6.$$

□

84. Un corredor olímpico logra una velocidad promedio de 10 metros por segundo en la carrera de 100 metros planos. ¿Cuál es esa velocidad expresada en kilómetros por hora?

▼ La respuesta es **C**

Éste es un ejercicio de conversión de unidades, para cuya solución lo primero que debe hacerse es escribir el valor de la velocidad en la forma usual en física; esto es:

$$10 \text{ metros por segundo} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Los factores de conversión que se deben aplicar son:

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}, \quad 1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 60 \times 60 \text{ s} = 3600 \text{ s}.$$

Por lo tanto:

$$1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km}, \quad 1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}.$$

Así que:

$$10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10 \times \frac{\frac{1}{1000} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 10 \times \frac{3600}{1000} \frac{\text{km}}{\text{h}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

□

96. $\frac{d}{dx}u(x)^n = nu(x)^{n-1} \frac{d}{dx}u(x)$.

85. Si 1 kilogramo (kg) equivale a 2.20 libras (lb), calcula el equivalente de la masa de un cuerpo de 2.20 kg, en libras.

▼ La respuesta es E

Éste es un problema de conversión de unidades. Nos indican que 1 kg equivale a 2.20 lb; entonces, el factor de conversión es:

$$1 \text{ kg} = 2.20 \text{ lb.}$$

Por lo tanto:

$$2.20 \text{ kg} = 2.20 \times 2.20 \text{ lb} = 4.84 \text{ lb.}$$

□

86. ¿Cuántos m^3 son 1 200 cm^3 ?

(1 $\text{m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$.)

▼ La respuesta es D

Observamos ahora que el factor de conversión de unidades es:

$$1 \text{ m}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3.$$

Entonces,

$$1 \text{ cm}^3 = \frac{1}{1\,000\,000} \text{ m}^3.$$

Por lo tanto:

$$1\,200 \text{ cm}^3 = 1\,200 \times \frac{1}{1\,000\,000} \text{ m}^3 = \frac{1\,200}{1\,000\,000} \text{ m}^3 = 0.0012 \text{ m}^3.$$

□

87. La propiedad de los cuerpos por la que tienden a permanecer en su estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme, se llama _____.

▼ La respuesta es B

La inercia se define como la propiedad que tienen los cuerpos materiales de mantener su estado de reposo, o de movimiento rectilíneo uniforme.

□

88. Si un objeto cambia su velocidad de 8 m/s a 16 m/s en 4 s, su aceleración media es de _____.

▼ La respuesta es D

Vamos a utilizar la definición de aceleración media:⁹⁷

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}.$$

En donde v_f , v_i representan las velocidades en los tiempos final t_f e inicial t_i respectivamente. Si se considera que $t_i = 0$, entonces $a = \frac{v_f - v_i}{t_f}$.

Este este caso $v_f = 16 \text{ m/s}$, $v_i = 8 \text{ m/s}$ & $t_f = 4 \text{ s}$. Así que

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f} = \frac{(16 - 8) \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4 \text{ s}} = \left(\frac{16 - 8}{4} \right) \frac{\frac{\text{m}}{\text{s}}}{\frac{\text{s}}{1}} = 2 \frac{\text{m} \times 1}{\text{s} \times \text{s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Por lo que:

$$a = 2 \text{ m/s}^2.$$

□

⁹⁷ La aceleración media se define como la razón de cambio de la velocidad con respecto al tiempo.

89. Un objeto de 1 kg de masa se deja caer desde un puente y su tiempo de caída libre es de 2 s. Otro objeto del doble de masa se deja caer en las mismas condiciones, y su tiempo de caída libre es _____.

▼ La respuesta es **E**

Idealmente, el movimiento de caída libre es independiente de la masa del cuerpo, luego entonces, en las mismas condiciones, el tiempo de caída es el mismo para un cuerpo de 1 kg de masa que para el de 2 kg.

Esto es, ambos cuerpos tardan en caer 2 segundos.

□

90. Un objeto describe una trayectoria circular recorriendo un ángulo de $\frac{\pi}{2}$ radianes (rad) en 2 segundos (s). ¿Cuál es su velocidad angular media?

▼ La respuesta es **C**

Vamos a aplicar la definición de velocidad angular media ω :

$$\omega = \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

En donde θ_f , θ_i representan las posiciones angulares en los tiempos final t_f e inicial t_i , respectivamente.

Considerando que $\theta_i = 0$ y que $t_i = 0$, entonces $\omega = \frac{\theta_f}{t_f}$.

En este caso $\theta_f = \frac{\pi}{2}$ rad; $t_f = 2$ s, así que:

$$\omega = \frac{\theta_f}{t_f} = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}{2 \text{ s}} = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}{\frac{2}{1} \text{ s}} = \frac{\pi \times 1 \text{ rad}}{2 \times 2 \text{ s}} = \frac{\pi}{4} \frac{\text{rad}}{\text{s}}.$$

Por lo tanto:

$$\omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s}.$$

□

91. ¿Cuál o cuáles de los siguientes ejemplos representan movimientos circulares uniformes?

- 1 El de un proyectil
- 2 El de la rueda de la fortuna
- 3 El de un columpio

▼ La respuesta es **A**

Si al moverse un cuerpo todos sus puntos describen circunferencias centradas en un eje común y con rapidez angular constante, el movimiento se denomina circular uniforme.

Un proyectil describe una trayectoria parabólica y el movimiento de un columpio es oscilatorio.

□

92. La gráfica de velocidad (v) contra tiempo (t), para un objeto que se mueve con aceleración positiva constante, es _____.

▼ La respuesta es **E**

La ecuación que permite calcular la velocidad v en cualquier instante t , para un cuerpo que se mueve con aceleración constante, es:

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0).$$

En ésta, el término v_0 representa la velocidad en el instante inicial t_0 , es decir la velocidad inicial.

De geometría analítica, se sabe que esta ecuación es la de una recta con pendiente $a = \frac{v(t) - v_0}{t - t_0}$ y que tiene como ordenada al origen el valor $v_0 - at_0$. Si el cuerpo parte del reposo, y considerando $t_0 = 0$ s, la ordenada al origen es igual a cero, como ocurre en la gráfica mostrada en la opción **E**

Las opciones **A**, **C** y **D** no son representativas de un movimiento con aceleración constante, ya que las gráficas correspondientes no muestran un cambio uniforme en la velocidad con el transcurso del tiempo. Finalmente, la opción **B** muestra el caso de un cuerpo en movimiento con velocidad constante y, por lo tanto, no acelerado.

□

93. La suma de la energía _____ y la energía _____ de un cuerpo se denomina energía _____.

▼ La respuesta es **D**

La energía mecánica de un cuerpo se define como la suma de las energías cinética y potencial.⁹⁸

□

94. Debido a la inercia de los cuerpos, un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción _____.

▼ La respuesta es **D**

Debido a la primera ley de Newton, un bloque que se desliza sobre una superficie horizontal sin fricción conserva su estado de movimiento.

□

95. Un objeto de masa m cuelga de una cuerda que ejerce una tensión $T = mg/2$. ¿Cuál es la aceleración del objeto?

▼ La respuesta es **E**

La figura muestra el diagrama de fuerzas que actúan sobre el objeto. Estas fuerzas son: la tensión T ejercida por la cuerda, la cual actúa verticalmente hacia arriba y el peso $P = mg$ que actúa verticalmente hacia abajo.⁹⁹

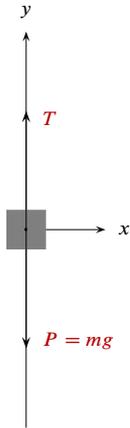
98. Cuando un cuerpo de masa m se encuentra en caída libre, a la altura h y con velocidad v ,

- su energía cinética es $E_C = \frac{1}{2}mv^2$;
- su energía potencial gravitacional es $E_P = mgh$;
- su energía mecánica total es $E_T = E_C + E_P = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$.

99. El diagrama de fuerzas o diagrama de cuerpo libre (DCL) es una representación gráfica de las diversas fuerzas que actúan sobre un cuerpo en estudio, en un sistema coordenado x, y . En el DCL, dependiendo de las características de cada vector fuerza, se dibujan estas últimas en el cuadrante respectivo, o bien, sobre los ejes coordenados. La cabeza de flecha dibujada sobre los ejes coordenados indica el sentido positivo de los mismos. De esta manera, una fuerza, o la componente de la misma, será positiva si tiene el mismo sentido que el del eje correspondiente, o bien negativa, en caso contrario.

En este caso, como la cuerda está tensa y es vertical, ésta jala hacia arriba al bloque; por lo que la fuerza de tensión se dibuja dirigida verticalmente hacia arriba y, de acuerdo con el sentido positivo asignado al eje y , es una fuerza positiva.

El peso, que es la fuerza de atracción gravitacional ejercida por la tierra sobre el bloque, siempre se dibuja verticalmente hacia abajo y, de acuerdo con el sentido positivo asignado al eje y , es una fuerza negativa.



Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\Sigma F_x = ma_x = 0;$$

la igualdad con cero es debida a que las fuerzas involucradas sólo tienen componente y.

$$\Sigma F_y = ma_y.$$

En términos de las fuerzas que actúan sobre el objeto, se tiene que,

$$T - mg = ma_y,$$

de donde la aceleración del cuerpo es:

$$a_y = \frac{T - mg}{m}.$$

Sustituyendo $T = \frac{mg}{2}$ en la ecuación de la aceleración:

$$a_y = \frac{\frac{mg}{2} - mg}{m} = \frac{\cancel{m}g\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{2}\right)}{\cancel{m}} = -\frac{g}{2}.$$

De modo que la aceleración del objeto es $a_y = -\frac{g}{2}$. El signo menos indica que la aceleración está dirigida verticalmente hacia abajo.

□

96. Un vector tiene una magnitud de 3 unidades, y otro perpendicular al primero tiene una magnitud de 4 unidades. ¿Cuál es la magnitud del vector suma o resultante de ellos?

▼ La respuesta es **C**

Sean \vec{a} y \vec{b} los vectores cuyo vector suma o resultante se quiere obtener. La resultante de estos vectores es el vector \vec{c} dado como $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

Las magnitudes (tamaño) de los vectores son $a = 3$ unidades y $b = 4$ unidades. Para determinar al vector \vec{c} usaremos el método gráfico del triángulo, que se describe a continuación: se dibuja uno de los vectores y, en el punto final de éste, se coloca el segundo vector. El vector resultante es aquel que tiene su origen en el origen del primer vector dibujado y su extremo final coincide con el extremo final del segundo vector, como se ilustra en las figuras (1) y (2).

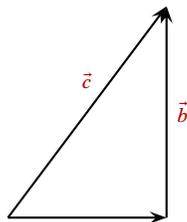


Figura (1)

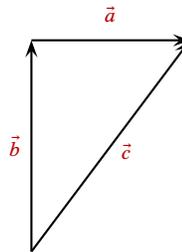


Figura (2)

Las figuras (3) y (4) muestran los respectivos triángulos obtenidos con la aplicación del método. Los lados a, b, c de ellos son iguales a las magnitudes de los vectores $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, respectivamente.

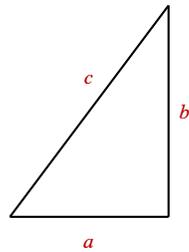


Figura (3)

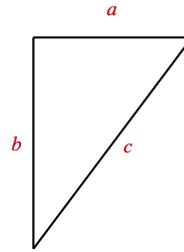


Figura (4)

Del teorema de Pitágoras, puesto que éstos son triángulos rectángulos, se tiene que:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(3^2 + 4^2) \text{ unidades}^2}.$$

La magnitud c del vector resultante o vector suma es:

$$c = \sqrt{(9 + 16) \text{ unidades}^2} = \sqrt{25 \text{ unidades}^2} = 5 \text{ unidades}.$$

□

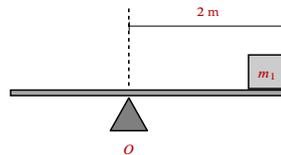
97. Al soportar un objeto por su centro de gravedad, el objeto: _____.

▼ La respuesta es C

El centro de gravedad de un cuerpo se considera como el punto donde se concentra su peso, por lo tanto, al soportarlo con una fuerza aplicada en ese punto el objeto se equilibra de manera estable.

□

98. Un objeto de masa $m_1 = 40 \text{ kg}$ se coloca a una distancia de 2 m del punto de apoyo O sobre la viga de peso despreciable mostrada en la figura. La distancia, medida a partir del punto O , a la que deberá colocarse otro objeto de masa $m_2 = 80 \text{ kg}$ para que la viga se mantenga en posición horizontal y en equilibrio, es _____.



▼ La respuesta es A

Para el equilibrio de la viga se debe cumplir que la suma de las torcas¹⁰⁰ de cada fuerza que actúa sobre ella debe ser igual a cero:

$$\Sigma \vec{\tau} = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 = 0.$$

100. La torca o momento de una fuerza, con respecto de un punto O arbitrario, es un vector (denotado por $\vec{\tau}$) cuya magnitud $\tau = |\vec{\tau}|$ es igual al producto de la magnitud F de la fuerza por el brazo de palanca d , esto es, $\tau = Fd$.

El brazo de palanca d es la distancia del punto O a la línea de acción de la fuerza. Es decir, se considera que el ángulo formado por la línea de acción de la fuerza y el brazo de palanca es de 90° .

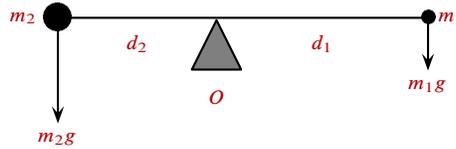
Si debido a la fuerza aplicada, el cuerpo tiende a girar en el sentido opuesto al de las manecillas del reloj, la torca es positiva. Por el contrario, la torca es negativa cuando el cuerpo tiende a girar en el sentido de las manecillas del reloj.

El siguiente diagrama, ilustra las propiedades de la torca de una fuerza.

Como $\tau = Fd$ y las fuerzas aplicadas sobre la viga son iguales al peso (mg) de cada una de las dos masas, entonces:

$$\vec{\tau}_1 = -m_1gd_1 \quad \text{y} \quad \vec{\tau}_2 = m_2gd_2.$$

Considerando el diagrama siguiente



y el equilibrio, tenemos que:

$$-m_1gd_1 + m_2gd_2 = 0 \Rightarrow m_1gd_1 = m_2gd_2;$$

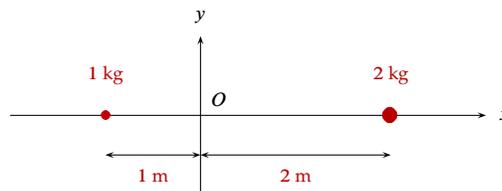
de donde se despeja la distancia d_2 :

$$d_2 = \frac{m_1d_1}{m_2} = \frac{(40 \text{ kg})(2 \text{ m})}{80 \text{ kg}} = 1 \text{ m}.$$

Por lo tanto, el objeto de masa m_2 se debe colocar a la izquierda del punto O a 1 m de distancia.

□

99. El centro de masa del sistema de partículas, mostrado en la figura, está sobre el eje x , a _____ metros del origen O del sistema coordenado.



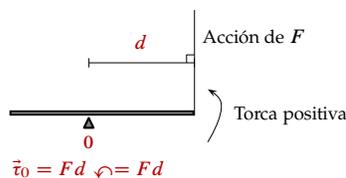
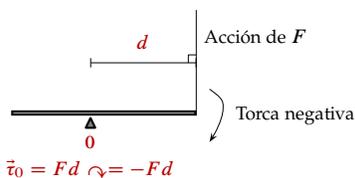
▼ La respuesta es E

Se define el centro de masa (cm) de un sistema de dos partículas como el punto cuyo vector de posición \vec{r}_{cm} está dado por la ecuación:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2},$$

donde \vec{r}_1, \vec{r}_2 son los vectores de posición de las partículas y m_1, m_2 son sus masas. En general, \vec{r}_{cm} tiene componentes x, y dadas por:

$$x_{cm} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}, \quad y_{cm} = \frac{m_1y_1 + m_2y_2}{m_1 + m_2}.$$



En este caso, la componente y del centro de masa es nula; la componente x se obtiene como sigue:

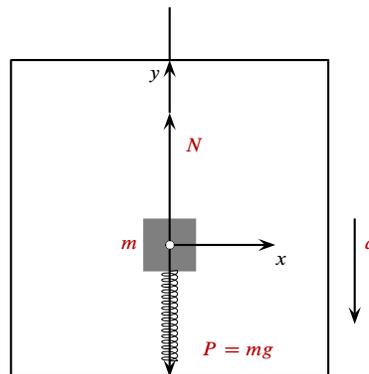
$$x_{\text{cm}} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{(1 \text{ kg})(-1 \text{ m}) + (2 \text{ kg})(2 \text{ m})}{(1 + 2) \text{ kg}} = \frac{(-1 + 4) \text{ kg m}}{3 \text{ kg}} = 1 \text{ m}.$$

□

100. Si nos paramos sobre una báscula de baño en un elevador y de pronto su cable se rompe (con lo que el elevador cae libremente), la lectura de la báscula _____.

▼ La respuesta es **A**

La siguiente figura representa el diagrama de fuerzas que actúan sobre la persona de masa m , parada sobre la báscula:



La segunda ley de Newton establece que la fuerza resultante \vec{F} (suma de toda las fuerzas) que actúa sobre un cuerpo de masa m es igual al producto de su masa por la aceleración \vec{a} , es decir $\vec{F} = m\vec{a}$.

Al descomponer en las direcciones x , y las fuerzas mostradas en la figura, que ilustra el elevador descendiendo con una aceleración a , la segunda ley de Newton se expresa como:

Suma de las componentes x de las fuerzas: $\sum F_x = ma_x = 0$, la igualdad con cero es debida a que las fuerzas sólo tienen componente y .

Suma de las componentes y de las fuerzas: $\sum F_y = ma_y$.

Si N es el peso registrado por la báscula cuando el elevador baja con aceleración a , entonces, en términos de las fuerzas que actúan sobre m , se tiene que $mg - N = ma$, de donde

$$N = mg - ma = m(g - a).$$

En caída libre (cuando el cable se rompe) $a = g$ ¹⁰¹; es decir:

$$N = m(g - g) = 0.$$

Por lo que la lectura de la báscula se va a cero.

□

101. Al enunciado "La presión aplicada a un fluido contenido en un recipiente se transmite íntegramente a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente", se le conoce como _____.

▼ La respuesta es **B**

¹⁰¹. Cuando un cuerpo está en caída libre, la aceleración que actúa sobre él es la debida a la gravedad terrestre, g .

- A. El principio de Arquímedes se enuncia de la siguiente manera: “Si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba (empuje) sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo”.
- B. El principio de Pascal establece que la presión aplicada a un fluido (líquido o gas) contenido en un recipiente se transmite íntegramente (sin disminución) a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente.

La ley de Conservación de la Materia, la ley de Continuidad y el principio de Bernoulli tienen aplicación directa para fluidos en movimiento, por ejemplo dentro de un tubo.

- C. La masa de un fluido en movimiento no cambia al fluir. A esto se le conoce como la conservación de la masa o de la materia.
- D. La conservación de la masa en un fluido se expresa con la ecuación de continuidad. Esta última indica que para un fluido que se mueve en un tubo cerrado, el producto de la velocidad del flujo y el área de la sección transversal del tubo permanece constante.
- E. El principio de Bernoulli afirma que “cuando la velocidad de un fluido es elevada, la presión en éste es baja; por el contrario, cuando la velocidad del fluido es baja, la presión es elevada”.

□

102. ¿Cuál es la densidad de un objeto de 0.02 kg de masa y cuyo volumen es 0.001 m³?

▼ La respuesta es C

La densidad ρ de un cuerpo homogéneo de masa m y volumen V se define como la cantidad de masa por unidad de volumen y se obtiene mediante el cociente de su masa entre el volumen, esto es:

$$\rho = \frac{m}{V}.$$

En este caso $m = 0.02$ kg; $V = 0.001$ m³; por lo tanto:

$$\rho = \frac{0.02 \text{ kg}}{0.001 \text{ m}^3} = 20 \text{ kg/m}^3.$$

Esto significa que 1 m³ de dicho objeto tiene una masa de 20 kg.

□

103. Un cuerpo se carga eléctricamente debido a la _____ de _____.

▼ La respuesta es E

Es una evidencia experimental (por frotación, por ejemplo) que un cuerpo se carga eléctricamente debido a la *transferencia* de *electrones* desde o hacia el cuerpo.

□

104. La carga total de un sistema cerrado se _____.

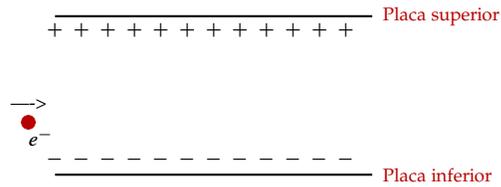
▼ La respuesta es C

Es una evidencia experimental que en un sistema cerrado¹⁰² la carga eléctrica total es constante; es decir, se conserva, lo cual se conoce como la conservación de la carga eléctrica.

□

¹⁰². Un sistema cerrado es aquel que está impedido para intercambiar carga eléctrica con otros sistemas.

105. Dos placas metálicas se colocan como se indica en el dibujo:

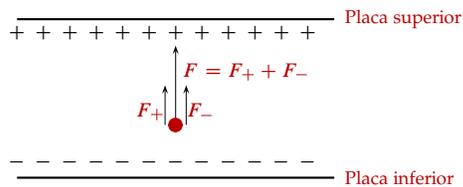


La placa superior está cargada positivamente y la inferior negativamente. Si hacemos pasar un electrón entre las dos placas, ¿cuál es la dirección de la fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón?

▼ La respuesta es **A**

Una de las propiedades de la carga eléctrica es que cargas del mismo signo se repelen y cargas de signos contrarios se atraen.

Dado que el electrón posee carga negativa (e^-), la fuerza resultante tiene dirección vertical hacia arriba. Esto es debido a que la carga de la placa inferior lo repele con una fuerza en esa dirección, en tanto que la carga de la placa superior lo atrae con una fuerza también dirigida hacia arriba. Por lo tanto, la fuerza total sobre el electrón, que es la suma de las dos fuerzas mencionadas, está dirigida verticalmente hacia arriba.



□

106. Una carga $q = 1 \text{ C}$ se encuentra a una distancia $d = 0.1 \text{ m}$ de otra carga $q' = -2 \text{ C}$. Calcula la fuerza eléctrica entre ellas.

(Considera que $K = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.)

▼ La respuesta es **E**

La ley de Coulomb establece que la magnitud F de la fuerza que ejercen entre sí dos cargas q y q' , separadas una distancia d , es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación, la cual se expresa mediante la ecuación:

$$F = K \frac{qq'}{d^2};$$

donde K es una constante de proporcionalidad.

En este caso $q = 1 \text{ C}$, $q' = -2 \text{ C}$ $d = 0.1 \text{ m}$ & $K = 1 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$; por lo tanto:

$$F = \left(1 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}\right) \frac{(1 \text{ C})(-2 \text{ C})}{(0.1)^2 \text{ m}^2} = \left(\frac{(1)(1)(-2)}{0.01}\right) \frac{\text{N}\cancel{\text{m}^2}\cancel{\text{C}^2}}{\cancel{\text{m}^2}\cancel{\text{C}^2}} = -200 \text{ N}.$$

El signo menos determina que la fuerza es de atracción.

□

107. Dos cargas se encuentran separadas por una distancia de 10 cm. ¿A qué distancia habrá que colocarlas para que la magnitud de su fuerza eléctrica se cuadruplique?

▼ La respuesta es **E**

La ley de Coulomb establece que la magnitud $F = |\vec{F}|$ de la fuerza \vec{F} que ejercen entre sí dos cargas q y q' , separadas una distancia d , es directamente proporcional al producto de la magnitud de

sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia de separación, lo cual se expresa mediante la ecuación:

$$F = K \frac{|q||q'|}{d^2}.$$

Para una distancia diferente d' , la fuerza que ejercen es:

$$F' = K \frac{|q||q'|}{(d')^2}.$$

Se quiere calcular la distancia d' de forma tal que $F' = 4F$; es decir:

$$F' = K \frac{|q||q'|}{(d')^2} = 4 \left(K \frac{|q||q'|}{d^2} \right).$$

Hallamos:

$$\cancel{K} \frac{|q||q'|}{(d')^2} = 4 \left(\cancel{K} \frac{|q||q'|}{d^2} \right).$$

Entonces,

$$\frac{4}{d^2} = \frac{1}{(d')^2} \Rightarrow 4(d')^2 = d^2 \Rightarrow (d')^2 = \frac{d^2}{4} \Rightarrow d' = \sqrt{\frac{d^2}{4}} = \frac{d}{2}.$$

Numéricamente:

$$d' = \frac{10 \text{ cm}}{2} = 5 \text{ cm.}$$

□

108. El yodo es un elemento que con el aumento de temperatura cambia de estado sólido a estado gaseoso; a este proceso se le conoce como _____.

▼ La respuesta es D

Si se cambian las condiciones de temperatura o presión de cualquier sustancia o elemento, éste puede modificar su estado de agregación, entre los estados sólido, líquido o gaseoso.

En este caso, cuando el yodo se calienta levemente, cambia su estado de sólido a gaseoso, sin pasar por el estado líquido; a este proceso se le conoce como sublimación.

Otros procesos que involucran cambios de fase son:

- La evaporación (de líquido a gas)
- La condensación (de gas a líquido)
- La fusión (de sólido a líquido)
- La solidificación (líquido a sólido)
- La cristalización (de gas a sólido)

□

109. La densidad de 1.0 g de cobre puro es de 8.94 g/cm³. ¿Cuál es la densidad de 100 g de cobre?

▼ La respuesta es B

La densidad es una propiedad intensiva,¹⁰³ por lo tanto la respuesta es 8.94 g/cm³.

□

¹⁰³ Las propiedades intensivas son aquellas que no dependen de la cantidad de masa o de sustancia que se analiza. La temperatura, el punto de fusión y la viscosidad son otras propiedades intensivas.

110. Un átomo neutro de fósforo ${}_{15}^{31}\text{P}$ tiene _____ protones, _____ neutrones y _____ electrones.

▼ La respuesta es **A**

En la notación ${}^A_Z\text{E}$, E representa el elemento; A, el número de masa; Z, el número atómico.¹⁰⁴

Para el caso del átomo del fósforo (${}_{15}^{31}\text{P}$):

El valor de $Z = 15$ indica que el fósforo tiene 15 protones. Como el átomo es neutro, es decir, sin carga, entonces el número de protones (carga positiva) y el número de electrones (carga negativa) es el mismo; es decir, el fósforo tiene 15 electrones.

Para obtener el número de neutrones, al valor $A = 31$ se le resta $Z = 15$:

$$A - Z = 31 - 15 = 16.$$

Donde 16 es el número de neutrones.

□

111. Los isótopos son átomos de un mismo elemento con _____.

▼ La respuesta es **B**

Los isótopos son átomos de un mismo elemento que tienen el mismo número atómico, pero diferente número de masa. Es decir, átomos que tienen el mismo número de protones, pero diferente número de neutrones.

□

112. El número de electrones del ${}_{7}^{14}\text{N}^{+1}$ es _____.

▼ La respuesta es **A**

Cuando el símbolo del elemento químico se acompaña en su parte superior derecha por un número con un signo, éste indica que el átomo ha perdido o bien ganado electrones, es decir, se tiene un ión de dicho elemento.

Para obtener el número de electrones del ión, sólo hay que sumar o restar el número de la parte superior derecha al número atómico del elemento.

Pueden tenerse dos tipos de ión:

- Catión: si la carga es positiva, significa que el átomo ha perdido electrones; entonces, al número atómico se le resta el valor de la carga.
- Anión: si la carga es negativa, significa que el átomo ha ganado electrones; entonces, al número atómico se le suma el valor de la carga.

En este caso, ${}_{7}^{14}\text{N}^{+1}$, tiene un catión.

Además como $Z = 7$ y la carga es positiva, se tiene que:

$$7 \text{ electrones} - 1 \text{ electrón de la carga} = 6 \text{ electrones.}$$

□

¹⁰⁴ Z, el número atómico del elemento, representa el número de protones en el núcleo del átomo.

A, el número de masa, equivale a la suma del número de protones y neutrones.

Si el átomo es neutro, significa que tiene el mismo número de cargas positivas (número de protones) que negativas (número de electrones); sólo en este caso, el valor del número atómico coincide con el número de electrones.

113. En la formación de un compuesto iónico, el catión es un átomo o molécula que ha _____ uno o más de sus _____ de valencia.

▼ La respuesta es **B**

Los átomos de un elemento que han perdido electrones,¹⁰⁵ forman iones positivos, que se denominan cationes.

□

114. Se tiene carbonato de calcio, cuya fórmula química es CaCO_3 . El peso atómico del carbono es 12 g, el del oxígeno 16 g y el del calcio 40 g. La cantidad de gramos de cada elemento en 1 000 g de CaCO_3 es _____ de carbono, _____ de oxígeno y _____ de calcio.

▼ La respuesta es **D**

Para determinar el peso del compuesto, se multiplica el peso individual de cada átomo por el número de átomos presentes de acuerdo con la fórmula del compuesto:

$$\begin{array}{rcl} \text{Ca} & \rightarrow & 40 \times 1 = 40 \text{ g;} \\ \text{C} & \rightarrow & 12 \times 1 = 12 \text{ g;} \\ \text{O} & \rightarrow & 16 \times 3 = 48 \text{ g;} \\ & & \hline & & 100 \text{ g.}^{106} \end{array}$$

Para 1 000 g de CaCO_3 , tendremos entonces::

$$\begin{array}{rcl} \text{Ca} & \rightarrow & \frac{40 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 1\,000 \text{ g} = 400 \text{ g;} \\ \text{C} & \rightarrow & \frac{12 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 1\,000 \text{ g} = 120 \text{ g;} \\ \text{O} & \rightarrow & \frac{48 \text{ g}}{100 \text{ g}} \times 1\,000 \text{ g} = 480 \text{ g.} \end{array}$$

□

115. Para el cloro (Cl) y el ión cloruro (Cl^{1-}) puede afirmarse que ambos tienen:

1. Mismo número de protones
2. Mismo número de neutrones
3. Mismo número de electrones
4. Diferente número de protones
5. Diferente número de neutrones
6. Diferente número de electrones

▼ La respuesta es **A**

El átomo de cloro (Cl) tiene un número atómico $Z = 17$ y un número de masa $A = 35$, a partir de lo cual el átomo de cloro tiene:

105. El número acompañado de una carga positiva que se ubica en la parte superior derecha del símbolo químico de un elemento representa los electrones que un átomo pierde.

Por ejemplo, un átomo de sodio que tiene un número atómico de $Z = 11$, por ser un átomo neutro, el número de protones (carga positiva) y el número de electrones (carga negativa) son iguales a 11.

Pero si el sodio pierde un electrón, lo cual como se indicó se representa con una carga +1, Na^{+1} , el número de protones excederá en una unidad al número de electrones.

Esto se comprueba a partir del balance eléctrico para el sodio:

$$11 \text{ protones} + 10 \text{ electrones} = (11 \text{ cargas positivas}) + (10 \text{ cargas negativas}) = 1 \text{ carga positiva (carga del ión).}$$

Esta carga positiva, que resultó del balance eléctrico, es precisamente la que se coloca en el extremo superior derecho del ión; indica que hay un protón más en el átomo que el número de electrones.

106. La masa en gramos de 1 mol de una sustancia se denomina masa molar. La masa molar (en gramos) de cualquier sustancia, siempre es numéricamente igual a su peso formular (en una).

17 protones;

17 electrones; por ser un átomo neutro.

Recordemos que, para obtener el número de neutrones del elemento, es necesario restar del número de masa, el número atómico, esto es:

$$A - Z = 35 - 17 = 18 \text{ neutrones.}$$

Para el ión cloruro (Cl^{1-}), el número atómico y el número de masa son los mismos que para el átomo de cloro; sin embargo, se observa que, junto al símbolo del elemento, en el extremo superior derecho, éste tiene una carga -1 ; esta carga con signo negativo indica que el átomo de cloro ha ganado un electrón, convirtiéndose así en un anión.

Por lo tanto el número de partículas elementales del ión cloruro es:

17 protones;

18 neutrones;

18 electrones (aumenta una unidad el número de electrones por la carga $1-$).

□

116. Acetileno es el nombre común del compuesto C_2H_2 . ¿Cuál es su nombre químico?

▼ La respuesta es **B**

El compuesto es un hidrocarburo formado por átomos de carbono e hidrógeno. El nombre del hidrocarburo se forma de dos partes, un prefijo que depende del número de carbonos presentes en la molécula y un sufijo que depende del número de enlaces entre los carbonos (enlace sencillo, doble o triple).

Número de carbonos (prefijo)	Número de enlaces (sufijo)	Nombres posibles
Un átomo -met	Un enlace -ano	Metano, etano, propano, butano
Dos átomos -et	Dos enlaces -eno	Eteno, propeno, buteno, penteno
Tres átomos -prop	Tres enlaces -ino	Etino, propino, butino
Cuatro átomos -but		
Cinco átomos -pent		
Y así sucesivamente		

Es importante recordar que el carbono sólo puede formar 4 enlaces y que por su parte el hidrógeno sólo puede formar 1 enlace.

Por lo tanto, el compuesto tiene una fórmula como la siguiente: $\text{H-C} \equiv \text{C-H}$.

Como el compuesto tiene dos átomos de carbono, su prefijo es "et" y como tiene 3 enlaces entre los 2 átomos de carbono, su sufijo es "ino", entonces el nombre es etino.

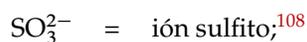
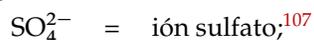
□

117. Relaciona las fórmulas de los compuestos de la columna izquierda con sus respectivos nombres en la columna derecha:

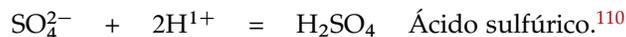
- | | |
|-----------------------------------|------------------------|
| 1. H ₂ SO ₄ | a. Sulfato ácido |
| 2. H ₂ SO ₃ | b. Ácido sulfúrico |
| 3. H ₂ S | c. Ácido sulfhídrico |
| | d. Sulfuro ácido |
| | e. Ácido sulfuroso |
| | f. Ácido hiposulfuroso |

▼ La respuesta es B

Para conocer el nombre del ácido, es necesario en primer término identificar los iones en los compuestos:



Al reaccionar dichos iones con dos iones de H⁺, se tiene:



Para nombrar los 3cidos es necesario relacionar el 3cido formado con el i3n de donde proviene.

Ani3n poliat3mico que contiene ox3geno	3cido formado
Terminaci3n ato	Terminaci3n ico
Terminaci3n ito	Terminaci3n oso
Terminaci3n uro	Terminaci3n h3drico

□

118. Completa la siguiente reacci3n: $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2\text{NaOH} \rightarrow \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}.$

▼ La respuesta es B

3ste es un ejemplo t3pico de una reacci3n entre un 3cido H₂SO₄ y una base NaOH cuyos productos son una sal y agua:

107. Los aniones poliat3micos (aquellos iones con muchos 3tomos) que contienen ox3geno, tienen nombres que terminan en "ato" o "ito". Estos aniones se llaman oxianiones.

La terminaci3n "ato" se emplea para el oxiani3n m3s com3n de un elemento.

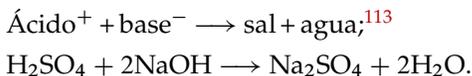
108. La terminaci3n "ito" se usa para un oxiani3n que tiene la misma carga pero un 3tomo menos de ox3geno.

109. Los aniones monoat3micos (de un 3tomo) tienen nombres que se forman eliminando la terminaci3n del elemento y agregando la terminaci3n "uro".

110. Los aniones cuyo nombre termina en "ato" est3n asociados con 3cidos cuyo nombre termina en "ico".

111. Los aniones cuyo nombre termina en "ito" est3n asociados con 3cidos cuyo nombre termina en "oso".

112. Los aniones cuyo nombre termina en "uro" est3n asociados con 3cidos cuyo nombre termina en "h3drico".



□

119. El número de oxidación del azufre en el sulfito de sodio, Na_2SO_3 es _____.

▼ La respuesta es **A**

Para la asignación de los números de oxidación en un compuesto, se aplican ciertas reglas:¹¹⁴

Como se trata de un compuesto neutro, la suma de los números de oxidación de los elementos que lo forman debe ser igual a cero.

Considerando el número de átomos de cada elemento presente en el compuesto y multiplicando por su número de oxidación, se aplican las reglas para el sodio y el oxígeno:

Elemento	Número de átomos	Número de oxidación	Producto del núm. oxidación por núm. átomos
Na	2	+1	+2
S	1	x	x
O	3	-2	-6

Igualando a cero y despejando x se obtiene el número de oxidación del azufre:

$$2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6 - 2 = +4.$$

□

120. De las siguientes reacciones, ¿cuáles son de combustión?

- $2\text{C}_4\text{H}_{10} + 13\text{O}_2 \longrightarrow 8\text{CO}_2 + 10\text{H}_2\text{O} + \text{energía}$
- $2\text{MnO}_4^- + 5\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4 + 6\text{H}^+ \longrightarrow 2\text{Mn}^{+3} + 10\text{CO}_2 + 8\text{H}_2\text{O}$
- $\text{CH}_4 + 2\text{O}_2 \longrightarrow \text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O} + 890 \text{ kJ/mol}$
- $2\text{Mn}(\text{CO})_5 + 7\text{O}_2 \longrightarrow 2\text{MnO}_2 + 10\text{CO}_2$
- $6\text{CO}_2 + 6\text{H}_2\text{O} + \text{energía solar} \longrightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 + 6\text{O}_2$

▼ La respuesta es **A**

En una reacción de combustión¹¹⁵ los principales productos son sustancias gaseosas,¹¹⁶ siendo las más comunes CO_2 y H_2O . Asimismo, se libera energía, debido a que es una reacción exotérmica.

□

113. Las reacciones ácido-base de Arrhenius son de neutralización en donde se forma una sal y agua.

114. Reglas para asignar números de oxidación en este ejercicio:

- Los elementos de los grupos 1A y 2A poseen los estados de oxidación 1+ y 2+ respectivamente (regla aplicada al sodio).
- Todos los elementos metálicos (los cuales ceden electrones) cuando forman compuestos tienen sólo estados de oxidación positivos (regla aplicada al sodio).
- El número de oxidación del oxígeno en sus compuestos es -2 (regla aplicada al oxígeno), excepto en los peróxidos —donde es 1- (-1 en cada O_2^{-2}) o en los compuestos con flúor, donde puede ser positivo.
- La suma de los números de oxidación de todos los átomos de un compuesto es igual a cero.

115. Se denomina reacción de combustión a la oxidación exotérmica que se produce al combinarse una sustancia (o una mezcla de ellas), denominada combustible, con el oxígeno (o bien con una mezcla de sustancias que contengan oxígeno), llamado comburente, con lo que se producirá incandescencia o llama. El aire atmosférico es el comburente más habitual. Una de sus aplicaciones más importantes es como fuente de energía con fines industriales y domésticos.

116. La reacción química entre el combustible y el comburente origina sustancias gaseosas, entre las que se pueden encontrar N_2 , CO_2 , H_2O y SO_2 ; CO_2 y H_2O son las más comunes.

Bibliografía

Matemática

- [1] Baldor, Aurelio, *Aritmética*, Grupo Editorial Patria, segunda edición, México, 2007.
- [2] ——— *Álgebra*, Grupo Editorial Patria, segunda edición, México, 2007.
- [3] ——— *Geometría y trigonometría*, Grupo Editorial Cultural, segunda edición, México, 2008.
- [4] Granville, William Anthony, *Cálculo diferencial e integral*, Editorial Limusa, primera edición, México, 2008.
- [5] Lehmann, Charles H., *Geometría analítica*, Editorial Limusa, primera edición, México, 2008.

Física

- [6] Halliday, D., R. Resnick y J. Walter, *Fundamentos de física*, volúmenes 1 y 2, Grupo Editorial Patria, octava edición, México, 2007.
- [7] Sears, F.W., M.W. Zemansky, H.D. Young y R.A. Freedman, *Física universitaria*, Pearson-Addison Wesley, volúmenes 1 y 2, décimosegunda edición, México, 2009.
- [8] Serway, R.A. y J.S. Faughn, *Fundamentos de física*, Thomson, volumen 1, octava impresión, México, 2010.
- [9] Tipler, P. y G. Mosca, *Física para la ciencia y la tecnología*, Editorial Reverté, volúmenes 1A y 2A, quinta edición, México, 2005.
- [10] Tappens, P.E. *Física, conceptos y aplicaciones*, McGraw-Hill Interamericana, volumen 1, séptima edición, México, 2010.

Química

- [11] Brown–LeMAY–Bursten, *Química, la ciencia central*, Pearson Prentice–Hall, novena edición, México, 2004.
- [12] Chang Raymond, *Química general para bachillerato*, Mc Graw Hill, cuarta edición, México, 2008.
- [13] Laurel Dingrado, Kathleen V. Gregg, Nicholas Hainen y Cheryl Wistrom, *Química, materia y cambio*, Mc Graw Hill, primera edición, México, 2002.

- [14] Recio Francisco, *Química inorgánica. Bachillerato*, Mc Graw Hill, cuarta edición, México, 2008.
- [15] Whitten, Kenneth W., Davis Raymond E., *Química*, Cengage Learning Editores, octava edición, México, 2008.

Razonamiento verbal

- [16] Cohen, Sandro, *Redacción sin dolor*, Planeta, quinta edición, México, 2010.
- [17] Kabalen, Donna Marie y Margarita A. de Sánchez, *La lectura analítico-crítica. Un enfoque cognoscitivo aplicado al análisis de la información*, Trillas/ITESM, México, 2003.
- [18] Reyes, Ángela, *Manual práctico de formación de palabras*, Edinumen, Madrid, 2001.
- [19] Ruiz de Gauna Moreno, María y Natalia Fernández López Rey, *En otras palabras: Vocabulario en contexto con actividades*, Edinumen, Madrid, 2000.
- [20] Serafini, Teresa, *Cómo redactar un tema*, Paidós, Barcelona, 1992.

Esta es la *Guía de estudio para el examen de selección* a las licenciaturas que corresponden al área de ciencias básicas e ingeniería de la Universidad Autónoma Metropolitana (UAM) y que son:

Ciencias Atmosféricas	Ingeniería Física
Computación	Ingeniería Hidrológica
Física	Ingeniería Industrial
Ingeniería Ambiental	Ingeniería Mecánica
Ingeniería Biomédica	Ingeniería Metalúrgica
Ingeniería Civil	Ingeniería Química
Ingeniería Eléctrica	Matemáticas
Ingeniería Electrónica	Matemáticas Aplicadas
Ingeniería en Computación	Química
Ingeniería en Energía	Tecnologías y Sistemas de Información
Ingeniería en Recursos Hídricos	

Contiene información e indicaciones generales para presentar el examen y una autoevaluación que permitirá al interesado enfocar su estudio en los temas que lo integran.

En la revisión de esta guía y especialmente en el desarrollo de la autoevaluación, participaron los siguientes profesores de la UAM:

M. en C. Ernesto Javier Espinosa Herrera (coordinador)

Dra. María Margarita Alegría de la Colina
Mtra. Gloria María Cervantes y Sánchez
Mtra. Teresa Merchand Hernández
M. en C. José Ángel Rocha Martínez

Dra. María Teresa Castañeda Briones
Dra. Luz María García Cruz
Dr. Rafael Pérez Flores
Dr. Carlos Antonio Ulín Jiménez